1.2 かかわりの形式 "~"

前節では、私たちが対象界のなかでであう認識対象としての"なにか"を"まとまりとしてのシステム"として認識するための形式と、その形式によってなされた認識の結果について考えた。すなわち、"なにか"は認識の対象として個別化され、なんらかの"名前"のついた"まとまり"として"呼名"されることによって、いいかえればまとまりとしてのシステム、つまり"まとまりとしてのシステムの形式"のなかに"名前"として取り込まれて"システム化"することによって、[山]や[痛い]のようなまとまりとしてのシステムとしてシステム界に入ってくる。その一方で、こうして出現したまとまりとしてのシステムたちは対象界に再帰的に投げ返されて、当の"対象"の上に"特定名のついた物"として具象化する。こうしてもとの"なにか"は対象界のなかの[物]*あるいは[山]*や[痛い]*として"物化"された、つまり認識されたことになる。

そこで次に、2つ1の対象の間に、大和ことばでいえばなんらかの"かかわり"、漢語でいえばなんらかの"関係"があることを認識するための形式について考えてみよう。2こで"かかわり"とか"関係"というのは、「山と川がある」、「赤と黒が並んでいる」、「一番目の次は二番目だ」、「空は青い」、「犬は動物だ」、「稲妻が光った」、「すべての個別名は特定名だ」、「二人は夫婦だ」、「水素と酸素が結合している」、[客がコーヒーを注文した]等々、といったたぐいの認識の背後に想定されている、対象相互間のあり方のことである。3しかし、上の例からも明らかなように、ひとくちに"かかわり"といっても一色ではなく、多種多様な"かかわり"があると考えられる。なお、互いにかかわりあっている2つの対象がシステム化されたもののことは、以下ではかかわりの"項"と呼ぶことにしよう。

このような "かかわり" をどう認識するかについては、いくつかの異なるアプローチがありうる。その1つは、"かかわり" それ自体を特定の "かかわり名" のついた "物" として具象化しうる 1 個の "まとまりとしてのシステム" とみなすというアプローチである。いま 1 つは、さまざまな "かかわり名" をつけることは可能だとしても "かかわり" それ自体は "物"として具象化することはなく、その代わりに、かかわりあっている 2 つの [項] が、全体として 1 つの大きなまとまりとしてのシステムを形成して、それが "物化" しうる、つまり [物] * として具象化しうるとみなすアプローチである。3 つめは、かかわりあ

¹³つ以上の対象を考えてもよいが、それでは話が複雑になりすぎるので、この本では"かかわり"といえばほとんどの場合、2つの対象の間のそれに限定して考えることにする。 2 この本では"かかわり"と"関係"を互いに"別名"とみなして互換的に使うことにする。

² この本では"かかわり"と"関係"を互いに"別名"とみなして互換的に使うことにする。

³ 実は、先に記号 " \leftrightarrow " で示した、異なる 2 つの [名前] の間の "論理的意味の同一性関係" や、記号 " \bullet " で示した "包摂関係" なども、2 つの "まとまりとしてのシステム" の間の "かかわり" に他ならない。

っている2つの[項]ですら1個の[物]*として具象化することはありえず、具象化は"事化"と呼ぶことが適切なような形でしかなされないとするアプローチである。4 しかし、この本では、それら3 つのうちのどれが"正しい"アプローチなのかを論ずることはせず、時と場合に応じて使い分けてもよいとする折衷的な立場をとろう。この本ではむしろ、"かかわりとしてのシステム"の形式にもっぱら注目しよう。どのアプローチをとるにせよ、かかわりあっている個々の対象とは別に、"かかわり"そのもののあり方を認識しようとする認識姿勢やそのための認識形式は、"まとまりとしてのシステム"の形式と並ぶ、独自の有用性をもっていると思われるからである。

そこでまず、「なんらかのかかわりがある」という認識を"かかわり記号~"で示し、それによってその [項] となる二つのまとまりとしてのシステム、たとえば [名前 a] と [名前 b] を、形式的にかかわらせるというか関係づけてみよう。すなわち、[a] ~ [b] のような関係づけがそれである。その上で、それ自体を"システム化"して、つまり"システム形式記号 []"のなかにそれを包みこむことによって、それを"かかわりとしてのシステム"と名付けるならば、

かかわりとしてのシステムの代表形: [[名前 a] \sim [名前 b]]、あるいは [[a] \sim [b]] (1.2-1)

および、上の代表形のなかの [代表名] を [特定名] で置き換えた個々のかかわりとしてのシステムそのもの、すなわち、

かかわりとしてのシステムの特個形: $[[山] \sim [川]]$ 、 $[[空] \sim [青い]]$ 等 (1.2-2)

がえられることになる。このような"かかわりとしてのシステム"は、"[a] と [b] がたがいにかかわりあっていること"という、"システム的意味"をもっている。

もちろん、上の式に含まれている "[a]" や "[b]" は任意の "まとまりとしてのシステム" の代表形である。しかも、その場合に、かかわりあっているのは "まとまりとしてのシステム" 同士にきまっているという認識を前提とするならば、外側の "システム化記号 []" の中に入っている個々の "まとまりとしてのシステム"を示す "システム化記号 []" は自明のこととして省略した、

⁴ この 3 つめのアプローチは、[会社] や [国家] のような [個人] を [項] とする "か かわりとしてのシステム"は、それ自体が 1 個の"まとまりとしてのシステム"となり [物] * として具象化することはない、それらを具象とみなすのは"擬制"にすぎないとする西欧 の "個人主義"的な世界観に通ずるものだといえよう。

 $[[a] \sim [b]] \Leftrightarrow [a \sim b]$

(1.2-3)

のような略記法を許してもよいだろう。この式で用いられている記号 "⇔" が前節で導入した "意味の同一性記号" であることはいうまでもない。

この略記法に従えば、上の (1.2-1) 式と (1.2-2) 式は、

かかわりとしてのシステムの代表形: [名前 a~名前 b] あるいは [a~b]

(1.2-1a)

かかわりとしてのシステムの特個形: 「山~川」、「空~青い〕等 (1.2-2a)

のように略記してもよいことになる。

"かかわりとしてのシステム"も、それが"システム"である以上、当然対象界のなかのなんらかの"対象"の上に"宿る"、つまりなんらかの形で"具象化"すると考えられる。上の例の場合でいえば"[山〜川] * "や"[空〜青い] * "として記号化されるような具象が出現することになる。前節では"まとまりとしてのシステムの具象化"のことを"物化"と呼んだが、それに対し、"かかわりあっている 2 つの [項]"を"かかわりとしてのシステム"としてシステム化した上で対象界のなかに再帰的に具象化させることは"事化"と呼ぶことにしよう。なぜならば、"[山〜川] * "とは"[山] * と [川] * とがたがいにかかわりあっている事"に他ならず、"[空〜青い] * "は"[空] * が [青い] * でもあるという事"に他ならないと考えられるからである。そうだとすれば、"まとまりとしてのシステム"の"対象的意味"が"物的意味"であったのに対して、"かかわりとしてのシステム"の"対象的意味"が"物的意味"であったのに対して、"かかわりとしてのシステム"の"対象的意味"は"事的意味"になるといってもよいだろう。

ところで、さまざまな"まとまりとしてのシステ"ムたちの間になんらかのかかわりがあるという認識が可能な場合があるとすれば、そんなかかわりはない、という認識もまた可能な場合があるはずである。そして「かかわりはない」あるいは「無かかわりがある」という認識との間に一種の対のような関係を形作っているとすれば、「かかわりがない」こともまた"かかわりの一種"というか 1 特殊ケースだ、という逆説的な認識が成立しうる。さらにいえば、私たちは、"かかわりがあること"それ自体を、まとまりとしてのシステムの一種だと認識して、それにたとえば"~"という"個別名"をつけて $\begin{bmatrix} ^{n_1 n_2 n_3} \\ ^{n_2 n_3 n_4 n_3} \end{bmatrix}$ としてシステム化することもできるばかりか、それを"一般名"とする後述するようなさまざまな"特殊名"、つまり、"恋愛関係"とか、"並列関係"、"師弟関係"などといった"名前"を、あれこれとつけてみることもできるだろう。

さて、前節で考察した"まとまりとしてのシステム"すなわち [名前] の場合は、その さまざまな個別形が対象界に対してもつ妥当性――つまり、その具象の発見可能性――の 検証は、直接的にはそれに与えられる発見・実現規則の適用によって、間接的にはその解 釈規則をもそれに加味する――つまり、その「別名〕を通じた発見や実現を試みる――こ とによってなされた。これに対し、"かかわりとしてのシステム"の存在の確認やその否認 の場合には、そうした"かかわり"それ自体をも一種の"まとまりとしてのシステム"と みなすことは不可能ではないにしても、それをなんらかの"物的具象"、つまりなんらかの [物]*として直接発見しうるような発見規則を定めることはむずかしいだろう。しかし、 少なくとかかわりの「項」、すなわち、かかわりあっている個々の「名前」それ自体はなん らかの[物]*として発見できるはずなので、その上で、それら相互間の"かかわり"の有 無を、なんらかの"判定規則"にもとづいて判定する可能性は考えられる。つまり、適当 な"判定規則"をこの形式のシステムに適用すると、当該の[物]*たちのあいだにはたし かに"かかわりが認められる"とか、いや"かかわりは認められない"、あるいは"どちら ともいえない"といった"判断"が成立しうると期待してよいだろう。命題論理学の術語 を借用するならば、それらの判断のことは、"命題"という別名で呼ぶこともできるだろう。 そして"かかわりが認められる"ということは、その命題が"真"であることを意味し、"か かわりは認められない"ということは、その命題が"偽"であることを意味し、"どちらと もいえない"ということは、その命題は"真偽不明"であることを意味していると解釈で きるだろう。つまり、「2つの"まとまりとしてのシステム"すなわち [名前 a] と [名前 b] との間に、なんらかの"かかわり"がある」、あるいは「[名前 a] と [名前 b] が"か かわりとしてのシステム"、すなわち $[a \sim b]$ を形作っている」という認識主体の判断を示 す個々の"命題"は、その真偽性や真偽不明性が、なんらかの"判定規則"によって判定 されうるのである。

いずれにせよ、"命題"が典型的には「2つの"まとまりとしてのシステム"が、その間のなんらかの"かかわり"を通じて、1つの"かかわりとしてのシステム"を形作っている」という言明の形をとっているとすれば、そのような認識それ自体をシステム化した[命題]こそ、まさに、"かかわりとしてのシステム"の代表形とみなすことがふさわしい。それは、前の1.1節で、まとまりとしてのシステムの包括的代表形を[名前]としたことに対応する。ならば、"かかわりとしてのシステム"の個別的代表形としても、先の(1.2-1)式、あるいはその略記としての(1.2-1a)式よりは、[命題 A]あるいは単に[A]を使う方がより適切だろう。とはいえ、先の(1.2-1)式や(1.2-1a)式の方は、[命題]の"内容"をより具体的に示しているという意味で、独自の有用性をもっている。そこで、前者のタイプの代表形は"抽象形"と、後者のタイプの代表形は"具体形"と呼んだ上で、必要に応じて使い分けることにしよう。(なお、ここで大文字の"A"を使うことにしたのは、[名前 a]のような"まとまりとしてのシステム"の個別的代表形と記号上区別することを念頭においているためである。)

そこであらためてかかわりとしてのシステムの二つの抽象的代表形を略記形で列記するならば、

かかわりとしてのシステムの包括的代表形: [命題] かかわりとしてのシステムの個別的代表形: [命題 A]、[命題 B]、あるいは、[A]、[B] (1.2-4)

がえられることになる。そして、おなじ"かかわりとしてのシステム"は、それを"具体的代表形"によって "(1.2-1) ないし (1.2-1a)"のように表しても変わりはないはずなので、

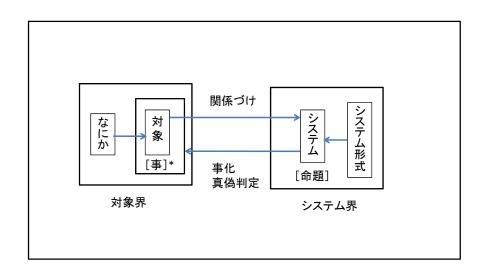
[命題]
$$\leftrightarrow$$
 [命題 A] \leftrightarrow [a \sim b] (1.2-5)

のような意味の同一性関係がなりたっていると考えることができる。

以上の議論をもう一度整理してみよう。[命題] や [命題 A] や [a~b] のようなシステム記号で代表される "かかわりとしてのシステム"は、対象界に対しては、"真である事"、 "偽である事"、あるいは "真偽不明である事" いった形をとって "具象化" する。これらの "事" あるいはより正確には [事] * は、[命題] の "真偽性"と呼ぶことができるだろう。特定の [命題] がどのような [事] * として具象化するか、いいかえればどのような "真偽性"をもつかは、一般の [命題] の場合、なによりもまず適当な "判定規則"にしたがって経験的に判定すべき問題だろう。しかし [命題] のなかには、他のいくつかの [命題] の真偽と後述するいくつかの "命題関係"の成立を前提として、適当な "推論規則"を適用することで、その "真偽性"を論理的に "論証"しうるものもあるだろう。それはちょうど、ある 2 つの [名前] の間の "論理的意味"が、他のいくつかの [名前] の間の "論理的意味"を前提すれば、"三段論法"のような形で "論証"できる場合があるのと同様である。

だが、この問題は後の 1.2.4 節であらためてとりあげることにして、ここでは、以上の議論を、先の図 1-1 や図 1.1-1 に対応する図 1.2-1 の形でまとめた上で、若干の補足を加えるだけにとどめておこう。

図1.2-1:かかわりとしてのシステム



そこで補足だが、第一に、前節でみたような、「[あれ] は [山] だ」とか、「[これ] が [戦争] なのか」などといった言明で示される、"まとまりとしてのシステム"という認識形式を用いて行なわれた認識の結果それ自体は、この節でいう"かかわりとしてのシステム"、すなわち [命題] の一種だと解釈できる。しかし、「[あれ] は [山] だ」という言明が、どんな"かかわり"を想定しているのかよくわからないというのなら、それを、

[これ](という[代名])と[山](という[個別名])は、"同じ[物]*を指し示している"という関係にある

といいなおしてみるとよいだろう。同様に、

「イヌ」は「動物」だ

という言明は、

[イヌ](という[特殊名])は、[動物](という一般名)に包摂されているという 関係にある

といいなおすことができるので、これまた一個の[命題]だとみなしてさしつかえないの

である。

また、各種の"対応規則"を適用しながら、特定の"まとまりとしてのシステム"にその具象を対応させたり、さまざまな[名前]相互間の"論理的意味"を考えたりする行為の結果も、

「[山] * は [あれ] だ」 とか「「人間」は「動物」だ」

などといった [命題] の形で表現できる。

その意味では、"まとまりとしてのシステム"の形式を用いてなされる認識自体、実は、 "かかわりとしてのシステム"の形式をその背後で利用することで初めて可能になっているともいえるだろう。つまり、前節でみた"呼名"型の認識は、それ自体が一個のかかわりとしてのシステムの構成にもなっているのである。

第二に、この節で"かかわりとしてのシステム"の"包括的代表形"として導入した [命題] は、その"真偽性"自体を一種の"まとまりとしてのシステム"、すなわち [真性] や [偽性] あるいは [真偽不明性] だとみなすことによって、さらに、それらがもとの [命題] とかかわりあっていることに注目することによって、

[命題 A~真]、 [命題 B~偽]、 [命題 C~真偽不明] (1.2-6)

のような [複合命題] に書き換えることが可能になる。これらの [複合命題] に含まれている "かかわり" は "命題Aは真だという性質をもつ"、"命題Bは偽だという性質をもつ"といったたぐいの "かかわり"である。だとすれば、上記のような [複合命題] は、[命題についての命題] だということになり、あらためてそれらの [複合命題] 自体の真偽を問題にすることが可能になる。こうして、「『命題Aは真だ』は偽だ」... といった形の [命題についての命題についての命題]... がいくらでも作っていけることになるのである。

ところで、以上のような考察がすでに示唆しているように、ひとくちに"かかわりとしてのシステム"といっても、それには無数といいたいほどさまざまな種類のものが考えられうる。それは、"まとまりとしてのシステム"すなわち [名前] に、無数の種類のものがあることと似ている。以下では、かかわりとしてのシステムの最も基本的な種類として、[配列]、[属性]、[つながり]、および [論理] の 4 つを考えていくことにしよう (表 1.2-1 を参照)。5

⁵ 実は、このような考え方は、"かかわりとしてのシステム"それ自体を一種の"まとまりとしてのシステム"ともみなしているばかりか、後述する[変項]ともみなしていることにひとしい。後に導入する術語を先取りして言えば、[配列]や[属性]などは、いずれ

表 1.2-1 かかわり (関係) とその主要な派生形

かかわり(関係)	命題
配列	並列
	序列
属性	
つながり	(一般) つながり
	有向つながり
論理(命題論	命題関係
理)	
	メタ命題関係

1.2.1 配列"、":並列"、"と序列">"

"かかわりとしてのシステム"のもっとも単純で基本的な形式は、いくつかの"まとまり"としてのシステム、すなわち [名前] が並んでいる、"配列"と呼ばれる形式のものである。たとえば、2つの"まとまりとしてのシステム"の場合でいえば、その(具体的)代表形は、"配列記号、"を使って

のように表記 6 できるだろう。ここで、この [配列] の性質が、かかわりの [項] の、つまり、ならんでいる"まとまりとしてのシステム"たちの、順序とは無関係な場合には、その種の [配列] のことは [並列] と呼ぶのが適切だろう。他方、並び方の順序が違えば異なった種類のシステムになるという認識を前提して作られている [配列] のことは、[序列] と呼ぶのが適切だろう。つまり、[配列] には、順序を問わない [並列] と、順序がものをいう [序列] の 2 種類が考えられることになる。

そこで、[配列] が [序列] である場合には "序列記号 >" を使ってそれを示すことにすれば、その代表形は、

も "かかわりとしてのシステム"と総称されるある種の [変項] の、[値] だとみなすことができるのである。

⁶ これらの表記法は、[配列] を構成している個々のまとまりとしてのシステムの"システム化記号[]"は、自明のこととして省略してある略記法である。以下も同様。

[序列] の代表形: [a > b] (1.2.1-2)

のように表記できるだろう。なお"並列記号"としては、"配列記号"をそのまま流用する ことにしよう。その場合には、それらの個別形は、

[並列] の個別形: [太陽、月]、[イラン、イラク] 等

(1.2.1-3)

[序列] の個別形: [親 > 子]、[一番 > 二番] 等 (1.2.1-4)

のように表記できるだろう。

もちろん、[配列] を構成する [項] となる"まとまりとしてのシステム"の数は、2つだけとは限らず、いくつあってもさしつかえない。実際、[配列] の場合は、"配列記号、"と共に新たな [項] を追加していくことで、いくらでも長い [配列] が作れることはいうまでもないだろう。

また、ここでは [配列] を 1 次元的なそれとしてイメージしてみたが、より複雑な配列、すなわち、2 次元や 3 次元、さらには n 次元の配列を考えてみることも、当然可能である。日常用語でいう "左右"は、1 次元的な [並列] をイメージしていると考えられる。"左右"は [序列] とみなすことも可能だが、その場合にどちらを先にするかは、"価値観"というか "文化"や "制度"の問題になりそうだ。日本の律令国家の官制では、"左"が "右"よりも序列として上だとされていた。[配列] が 2 次元になると "前後左右"というように "前後"の次元が加わる。"前後"は、[並列] とも [序列] ともみなすことができるが、[序列] の場合だと "前"が先に立つとされることが普通だろう。ただし "価値"としては、その逆になる場合もありうる。さらに、[配列] が 3 次元になると "上下"の次元が加わるとみてよいだろう。"上下"ともなれば、[序列] の性格が強くなり、しかも順序的にも価値的にも "上"が "下"に優先する場合が多くなってくるように思われる。

1.2.2. つながり "-" "→"

"かかわりとしてのシステム"のもう一つの種類は、「二つの都市がハイウェーで結ばれている」とか、「二つの都市は姉妹都市だ」といった「命題」にみられるように、単なる"配列"よりはもう少し強い種類の"かかわり"が考えられている場合であって、これを"つながり"と呼ぶことにしよう。"つながり"をシステムとして認識するための形式が、"つながり(というかかわり)としてのシステム"の形式であって、その中では、"つながり"の「項」をなす二つのまとまりとしてのシステムが"つながり記号ー"で結ばれている。すなわち、「つながり」の具体的代表形は、

「つながり」の具体的代表形: [a-b] (1.2.2-1)

のように表記できる。なお、[配列] のばあいと同様、[つながり] にも "方向性" がある場合が考えられる。その場合の [つながり] のことは [有向つながり] と呼んで区別することにして、"つながり" を示す記号も "有向つながり記号 \rightarrow " を使うことにしよう。すなわち、

[有向つながり] の具体的代表形: [a→b] (1.2.2-2)

のような表記が可能になる。それらの個別形の例としては

[つながり] の個別形: [都市A-都市B]、[私-ふるさと] 等 (1.2.2-3) [有向つながり] の個別形: [出発地→到着地]、[リンク元→リンク先] 等 (1.2.2-4)

があげられるだろう。友人関係でいえば、一方は他方を友人だと思っているのに他方には そのような認識がないといった場合は、両者の間の"つながり"は"有向つながり"とい うことになるだろう。

[リンク] を通じたつながり " $^{\perp}$ " " $^{\perp}$ "

先にみた [配列] のような "かかわりとしてのシステム" の場合には、二つの "まとまりとしてのシステム"が "ならんでいるということ" それ自体を1つの "まとまりとしてのシステム"とみなして、たとえばそれを "ならび"と "呼名" するようなことは、不可能ではないにしても考えにくい。ところがそれよりも "強い"という表現がぴったりくる、[つながり] のような "かかわりとしてのシステム" の場合には、2つの "まとまりとしてのシステム" 同士が "つながっているということ" それ自体を1つの "まとまりとしてのシステム" とみなすことは、より自然なように思われる。たとえば、それを "リンク"と "呼名"して、[リンク] という "まとまりとしてのシステム" にシステム化するばかりか、それを [リンク] *として "物化"してしまうのである。いいかえれば、二つの "まとまりとしてのシステム"が "リンク"という "物"を通じて "つながっている"とみなすのである。これは "つながりとしてのシステム"の、さらにいえば "かかわりとしてのシステム" 一般の、"物化"に他ならない。7

⁷ 先の 1.1.3 節では、[名前] 相互間の関係を考える形で、事実上"かかわりとしてのシステム"の形式が先取りされていた。ここでは、逆に"かかわり"が"まとまり化(物化)"される可能性を考えている。後の"あつまりとしてのシステム"の形式をも念頭においていえば、このように、認識主体が"対象"を"まとまり"とみなすか、あるいは"かかわり"ないし"あつまり"とみなすかは、融通無碍だといってよい。システム形式自体も、[まとまり] のなかに「かかわり」や「あつまり」が取り込まれたり、その逆がなされていた

[リンクを通じてつながっているまとまり] たちには、"ノード"という"別名"を与えることにしよう。そうすると、ここに [リンクを通じたつながり] とでも呼ぶことが適切な [つながり] の形式がえられる。もちろん、他の [有向つながり] と同様、[リンク] にも [有向リンク] があるとすれば、

[リンクを通じたつながり] の代表形: $[n_1 \stackrel{\iota}{-} n_2]$ (1.2.2-5)

「リンクを通じた有向つながり〕の代表形: $\lceil n_1 \stackrel{\iota}{\rightarrow} n_2 \rceil$ (1.2.2-6)

がえられることになる。ただし、上の式では"リンク"という"名前"を"つながりの名前"としてそのまま式に書き込む代わりに、その"別名"としての"L"を使っている。また、[ノード] については、 $[n_1]$ および $[n_2]$ というその"代表名"を略記形で示している。8

1.2.3. 本体と属性 "/"

"かかわり"の基本的な種類の3つ目は、"本体"と総称されるような"まとまりとしてのシステム"が、"属性"あるいは"性質"と総称されるようなもう1つの"まとまりとしてのシステム"をそれに付属させている形式である。このシステム形式は、たとえば、「水は液体だ」とか「雪は白い」、あるいは「イヌは動物だ」といった言明(命題)の背後にあるとみられる事態を、"本体"とその"属性"との間の"かかわり"それ自体ををシステム化しようとする形式である。先の1.1.3節での用語を使っていえば、これらの言明は、二つの[名前]の間の"論理的意味"をも示していた。しかし、この節では、認識主体の関心が、"かかわりとしてのシステム"の各[項]よりは、システムそれ自体の"対象的意味"の方に向っている場合に注目しよう。すなわち、認識主体は、異なる[名前]の間の"論理的意味"を、[本体]とその[属性]との間の"かかわり"とみなしてシステム化することで――つまり[命題]化することで――その"真偽性"を問えるようにしようとするのである。

ただしその場合、2つの"まとまりとしてのシステム"のうち「どちらが [本体] でどちらが [属性] にあたるのか」といった問いかけや、[属性] は、[本体] に"固有的"に付属しているのか、それとも"偶有的"に付属しているにすぎないのかといった"哲学的"

りするような、さまざまな混合・複合形式を考えることはいくらでもできる。

^{*} もちろん、1 個の [リンク] を通じて、もっと多数の [ノード] がつながっている形式 も考えられる。たとえば、[リンク] を [直線] だとイメージすれば、それにつながっている [ノード] は両端に 2 個あると想定するのが自然だろうが、[リンク] を [四角形] だとイメージすれば、それには 4 個の [ノード] が、[立方体] だとイメージすれば 6 個の [ノード] が、それぞれつながっていると想定するのが自然だろう。

な問いかけは、ここではしないことにしよう。2つの"まとまりとしてのシステム"のうちどちらを [本体]をみなしどちらを [属性]とみなすかは、"対象"そのものの性質に依存しているのではなく、認識主体の観点というか選択の問題だと考えておこう。実際、「イヌは動物だ」(つまり、[イヌ]には [動物]という [属性]が付属している)という言明も、「ある動物はイヌだ」(つまり [イヌ]という [属性]を付属させている [動物]という [本体]が存在する)という言明も、どちらも考えられる。とはいえ、"[本体]とその [属性]"という"かかわりとしてのシステム"の形式ぞれ自体は、有向的というか非対称的である。この形式をもつ"システム"が"文"の形をとった [命題]として表現される場合には、上にみた「イヌは動物だ」のような"文"にみられるように、[本体]が"主語"となり [属性]が"述語"となる。しかし、そこで"主語"と"述語"の関係を逆転させて、もとの"述語"を"主語"の位置におき、"主語"を"述語"の位置におくことも、上の例にみられるように不可能ではない。その場合には、認識主体はそれまで [属性]とみなしていた [名前]を [本体]とみなし、[本体]とみなしていた [名前]を [属性]とみなすという 視点の転換を行っているのである。

そこで、この種の"かかわりとしてのシステム"を、あらためて"属性的かかわりとしてのシステム"と総称することにして、[本体]とその[属性]との間の"かかわり"それ自体は"かかわり記号 /"で示すことにしよう。その場合には、

[属性的かかわり] の代表形: [[本体] / [属性]] あるいは、[[s]] / [[p]](1.2.3-1)

のような表記が可能になるだろう。ただし上の式の中の"本体"と"属性"は"包括的代表名"であり、" \mathbf{s} "と" \mathbf{p} "は"個別的代表名"である。なお、ここでも、内側のシステム化記号は自明として省略を許すとすると、上の式は、

[属性的かかわり]の代表形: [本体/属性] あるいは、[s/p](1.2.3-1a)

のような略記が可能になる。同様に、その個別形の例としては、

「属性的かかわり」の個別形:[[水]/[液体]]、[[山]/[高い]]等、 (1.2.3-2)

もしくはその略記形として、

[属性的かかわり] の個別形: [x/液体]、[山/高い] 等、 (1.2.3-2a)

などがあげられるだろう。

"かかわりとしてのシステム"一般と同様、[属性的かかわり] も、[命題] として表現できる。すなわち、[本体/属性] という一般形をもつ[属性的かかわり] は、「[本体] は [属性] を付属させている」、「[本体] は [属性] をもつ」、あるいはいささか意味がまぎらわしくなるが「[本体] は [属性] だ」といった形の[命題] に置き換えることができるのである。

[リンク] の再解釈

[本体]とその[属性]というシステム形式は、[リンク]にも適用できる。[つながり] あるいは[かかわり] 一般が "物化"して[リンク]になっていると考えるならば、それを通じてつながっている 2 つの[ノード]は、一組となって[リンク]を[本体]とする属性となっていると考えてよいだろう。あるいは、それら 2 つの[ノード]を、[リンク]に付属している 2 つの[属性]だとみなすことも可能だろう。9

補足:2項文--主語と術語

以上みたように、さまざまな種類の"かかわりとしてのシステム"は、いずれも [命題] の形に表現でき、[命題] は、文章的には"主語"と"述語"の 2 項からなる"文"、つまり"2 項文"として表記できる。たとえば、

赤と黒が並んでいる([赤と黒] は [並列] している)1の次には2がくる([1と2] は [序列] している)

空が青い ([空]には[青い]という[属性]が付属している)

みかんは果物だ ([みかん] は [果物] だ)

彼はうどんを食べた ([彼] は [食べたもの] が [うどん] だ)

などがそれである。2 項文の形式は、とくに西欧語においては中心的な地位を占めていて、 [命題] ぞれ自体の"対象的意味"の"真偽性"、つまり [主語] という [名前] が指し示している [物] * と [述語] という [名前] が指し示している [物] * と間の"かかわりとしてのシステム"の発見可能性の有無——それが実は先の(1.1.3 節)でみた [名前] 相互間の"論理的意味"の発見というか確認に他ならないのだが——を研究対象とする認識学が、さまざまな"経験科学"の形で展開されてきた。また、それに加えて、やはり(1.1.3 節)でみたように、いくつかの"論理的意味"が"真"であることを"前提"できる場合に、後は"システム界"のなかだけで——つまり対象界のなかでの"経験"に頼ることな

⁹ 後述するように、一般に [本体] に付属している [属性] は1個にかぎられると考える必要はない。複数の「属性」が付属していると考えてなんの差し支えもないのである。

しに―― "恒に真"であることが "論証"できるような、他のなんらかの "論理的意味"を発見できないかを研究対象とする認識学が、"述語論理学"の形で展開されてきた。ただし、先にみたように、この本では、2つの [名前] の間に [主語] と [述語] といったような質的区別をおくことなしに、いわば対称的な観点からそれらの "論理的意味"を検討することで、従来の "述語論理学"よりもやや広い適用範囲をもつ "名前論理学"にたどり着いた。

しかし、"論理的意味"は、"まとまりとしてのシステム"つまり [名前] 柏互間の意味 のレベルだけでなく、"かかわりとしてのシステム"つまり [命題] 柏互間の関係の成立可能性のレベルについても、考えてみることができる。いいかえれば、"名前論理学"とはレベルを異にする、"命題論理学"を考えてみることができる。そこで節をあらためてその問題を検討してみることにしよう。

1.2.4. 命題論理——命題間の論理的かかわり: [A]。 [B]

私たちは、先の 1.1.3 節では、個々の [名前] の "具象"としての [物] * たちの範囲の 広さやその重なり合いといった対象界の中での経験的な事実に媒介された、[名前] 相互間 の "かかわり"の一種としての "論理的意味"に注目した。そして、それが"真"である ことがすでに確認されているいくつかの [名前] の間の "論理的意味"を"前提"として、他のいくつかの [名前] の間の "論理的意味"がシステム界の中で"論証"できる可能性 が、どこまであるかを検討した。また、1.2.1 節では、[命題] の形で表現された「"まとまりとしてのシステム"相互間の"かかわり"の存在」という認識の"妥当性"、つまり [命題] の"真偽性" 10 とは、そのような"かかわり"を一つの"システム"、すなわち"かかわりとしてのシステム"とみなした時、対象界の中にその具象としての [事] * が経験的に発見可能かどうかを意味することを指摘した。

それならば次の課題として、システム界の中で、[名前] 相互間というよりは [命題] 相互間の "かかわり"、すなわち [命題関係] ――とりわけ2つの [命題] 間の [関係] である [2項命題関係] ――のさまざまなあり方を調べ、それをもとにして他の特定の [命題関係] の "成立可能性" や、他の特定の [命題] の "真偽性"などを "論理的"に引き出すこと、つまりそれを "推論・論証"することが、どこまで可能かを検討してみることが考えられる。

すでにみたように個々の[命題]は、対象界との関係でみると、"真"であるか"偽"で

^{10 [}命題] の [真偽性] は、1.2.3 節の言葉を使っていえば、[命題] がもつ [属性] である。さらに後述する 1.3.1.1 節の言葉を使っていえば、[命題] がもつ [属性変項] のつである。

あるか、それとも"真偽不明"かのいずれかの [属性] をもつ。後の議論を先取りすることになるが、ここで命題論理学の用語を借りて、[命題] がもつその種の [属性] のことを命題の"真偽値"と呼ぶことにしよう。その場合には、任意の [命題] は3通りの"真偽値"、すなわち"真"か"偽"か"不明"のいずれかをもつことになる。しかし以下では、 [命題] の"真偽値"としては"真 (T)"が"偽 (F)"かの 2 通りしかない場合——つまり、命題論理学でいう"排中律"が成立している場合——だけを考えてみることにしよう。 11 さらに、どんな [命題] も同時に"真 (T)"でありかつ"偽 (F)"でもあることはないという、命題論理学でいう"矛盾律"も成立しているとしよう。すなわち、以下の議論にとっての根本前提として、

根本前提1:排中律: [命題] の真偽値は"真(T)" か"偽(F)" かの2つのうち かいずれかに限られる (1.2.4-1)

根本前提 2: 矛盾律: どんな [命題] も同時に"真 (T)"でありかつ"偽 (F)"でもあることはない (1.2.4-2)

の2つをおくことにしよう。

その場合には、2つの [命題]、[A] と [B] の間の "真偽値" の組み合わせは、

- (1) [A] も [B] も "真 (T)"
- (2) [A] は "真 (T)" だが [B] は "偽 (F)"
- (3) [A] は "偽(F)" だが [B] は "真(T)"
- (4) [A] も [B] も "偽 (F)"

(1.2.4-3)

の4通りしかありえなくなることは明らかである。

(2項) 命題関係

そこで次のステップとして、2つの [命題]、[A] と [B] 相互間の "論理的なかかわり" と総称できるような、さまざまな "かかわり" のあり方について調べてみよう。

そのために、まず次のような例を考えるところから出発しよう。ある大学に学生喫茶室があって、そこにやってくる学生たちの行動を、「コーヒーを注文するしないか」および「ケーキを注文するかしないか」という2つの観点から観察してみるとする。その場合には、観察されうる個別の行動は、

(a) コーヒーとケーキの両方を注文する

^{11 &}quot;真"か "偽"か "不明"の 3 通りがいずれもありうるケースを考えようとすると、たちまち話がきわめて複雑になってしまう。

- (b) コーヒーだけを注文する
- (c) ケーキだけを注文する
- (d) なにも注文しない

の4通りのいずれかになるはずである。そこで学生たちの行動をある一定期間にわたって観察し、これら4通りの行動のどのような組み合わせ、つまり"行動パターン"がみられたかを学生ごとに調査してみたとしよう。

その場合の調査対象は 16 人からなるある学科の学生全員とし、調査期間は一カ月間だったとしよう。その結果、興味深いことに、これら 16 人の学生たちは一人として同じ行動パターンを示さなかったものとしよう。すなわち、

- (1) 学生①は、常にコーヒーとケーキの両方を注文した。
- (2) 学生②は、なにも注文しないか、注文するときはコーヒーかケーキの一方だけだった。
- (3) 学生③は、常になにかを注文した。コーヒーかケーキだけのこともあれば、両方を注文することもあった。
 - (4) 学生④は、常にだべってばかりいてなにも注文しなかった。
- (5) 学生⑤は、ケーキを注文するときは常にコーヒーも併せて注文した。しかし、 コーヒーだけのこともあれば、何も注文しないこともあった。
 - (6) 学生⑥は、常にコーヒーだけを注文した。
- (7) 学生⑦は、コーヒーを注文するときは常にケーキも併せて注文した。しかし、ケーキだけのこともあれば、何も注文しないこともあった。
 - (8) 学生⑧は、常にケーキだけを注文した。
- (9) 学生⑨は、ケーキとコーヒーをいっしょに注文するか、そうでなければ何も注文しなかった。
 - (10) 学生⑩は、ケーキかコーヒーの一方だけを常に注文した。
- (11) 学生⑪は、コーヒーだけ、あるいはケーキだけを注文することもあれば、両方を併せて注文することも、なにも注文しないこともあった。(つまり、可能な4通りの行動のすべてがみられた。)
- (12) 学生⑫は、そもそも一度も喫茶室に来なかった。(つまり、いかなる行動も観察できなかった。)
- (13) 学生®は、常にコーヒーを注文した。併せてケーキを注文することもあれば、 コーヒーだけのこともあった。
- (14) 学生⑭は、コーヒーは決して注文しなかった。ケーキだけのこともあれば、何も注文しないこともあった。
 - (15) 学生⑮は、常にケーキを注文した。併せてコーヒーを注文することもあれば、

ケーキだけのこともあった。

(16) 学生⑯は、ケーキは決して注文しなかった。コーヒーだけのこともあれば、何も注文しないこともあった。 (1.2.4-4)

以上の結果を注意深く検討すれば、学生の行動パターンとしては、それら以外のものはありえないことがわかる。つまり、4 通りある個別の行動の組み合わせとしてありうる全体的な行動パターンは、 2^4 =16 通りしかないのである。そこで、これらの異なるパターンを図示してみることを考えよう。

すなわち、「コーヒーを注文する」という行動は一つの [命題] として記述できるのでこれを [命題A]、あるいは単に [A] と書くことにしよう。そうすると、実際にコーヒーが注文されたケースは、[A] が "真 (T)" である場合にあたり、注文されなかったケースは [A] が "偽 (F)" である場合にあたることになる。同様に、「ケーキを注文する」という行動は [命題B]、あるいは単に [B] と書くことにしよう。そうすると、実際にケーキが注文されたケースは、[B] が "真 (T)" である場合にあたり、注文されなかったケースは [B] が "偽 (F)" である場合にあたることになる。そうすると、上の4通りの個別の行動は、

- (a) コーヒーとケーキの両方を注文する: [A] も [B] も "真 (T)"
- (b) コーヒーだけを注文する: [A] が"真(T)"で[B] は"偽(F)"
- (c) ケーキだけを注文する:[B] が"真(T)"で[A]は"偽(F)"
- (d) なにも注文しない: 「A」も「B」も "偽(F)" (1.2.4-5)

のように読み替えることが可能になる。さらに、[A] が "真 (T)" であるということは、[A] が "真 (T)" であるという [A] に [A] が "真 (T)" であるという [A] をもっていることだと解釈できるので、先に導入した記号を使えば、そのことは [A/T] のように表記できる。同様に [A/F]、[B/F] のような表記も可能になる。

そこで、下図のような2次元4セルのボックスを作ってみよう。すなわち、

	В/Т	B/F
A/T		
A/F		

がそれである。そして、それぞれの学生について、4通りのありうる個別の行動のうち、観察期間内に実際に観察された行動(つまり、ありえた行動)は "〇" 印で、観察期間内には観察されなかった行動(つまり、ありえなかった行動)は "×" 印で、このボックスに記入することにすれば、たとえば、常にコーヒーとケーキの両方を注文した学生①につ

いては、

1	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	×	×

のような図がえられるだろう。この図は、学生①の全体的な行動パターンを示しているということができる。そこで、その他の15人の学生についても同様な図を作ってみると、次に示すような、合計して16種類の異なる行動パターン図がえられる。

1	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	×	X

2	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	0	0

3	В/Т	B/F
A/T	0	0
A/F	0	×

4	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	×	0

5	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	0	0

6	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	×	×

7	В/Т	B/F
A/T	0	0
A/F	X	0

8	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	0	×

9	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	×	0

10	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	0	×

(1)	В/Т	B/F

A/T	0	0
A/F	0	0

12	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	×	×

13	В/Т	B/F
A/T	0	\circ
A/F	×	×

14)	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	0	0

15	В/Т	B/F
A/T	\circ	×
A/F	0	×

16	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	×	0

なお、ここで、ある特定の行動の組み合わせ――たとえばコーヒーとケーキの両方を注文したのような――が実際に観察された、いいかえればそれに対応する [命題] の真偽値の組み合わせ――上の例でいえば [A] も [B] も共に "真 (T)" ――が "成立した" ということは、そのような "組み合わせ" それ自体が "真 (T)" であることを意味していると考えてよいので、[命題] の "真偽値"を示す "T" と "F" という記号を、[命題の組み合わせ] の "メタ真偽値" としても拡張適用してよいという主張は、たしかにもっともではあるが、ここでは、図のみやすさと、問題にしているのが [命題] の "真偽値" ではなく [命題の組み合わせ] の "メタ真偽値" であることをとりあえず強調したいという 2 つの理由で、別の記号、" \bigcirc " と " \times " を使うことにする。 12

そこで、上の 16 通りの図が示しているさまざまに異なる全体的行動パターンを、より抽象的なことばでいいなおしてみるならば、それらは、[A]、[B] 2 つの [命題] が同時にとりうる "真偽値"の組み合わせの、ありうる全体的なパターンの種類のすべてを表していると解釈できる。実際、上の4セル・ボックスの各セルに入ることができる個別の組み合わせは、それが"ありえる(観察された)〇"か"ありえないか(少なくとも、今回の調査期間には観察されなかった)×"かのいずれかだとすれば、可能な全体的パターンの種類は、4 つのセルのそれぞれについて"〇"か"×"のいずれかがありうるのだから、24

¹² さらにもう1つの理由をあげるならば、これから検討する16通りの[命題関係]のなかに含まれる、後述する[自由関係]や[矛盾関係]のような特殊な[命題関係]それ自体をを表現するための記号として拡張適用する可能性も、ここではあらかじめ考慮にいれている。

[命題関係] の代表形: [A∘B]

(1.2.4-6)

のように表すと約束しよう。ただし、 $[A \circ B]$ のような表記が煩雑になる場合には、その代わりに[X] や[Y] のような略記も認めることにしよう。すなわち、

[命題関係] の略記代表形:[X]

(1.2.4-1a)

と書いてもよいことにしよう。後に "メタ命題関係"、すなわち "命題関係間の関係" を考える場合には、この種の略記法が便利になる。

そうすると、上の行動パターン図は、2つの[命題]間に成立しうる合計 16 通りすべての "論理的関係としてのシステム"、すなわち[命題関係]の論理パターン図あるいは命題関係図として解釈しなおすことができ、そのおのおのは、たとえば [A①B] 等々のような "特個名"をもつ[命題関係]の個別形に対応しているとみなすことができるようになるだろう。そこで、あらためて上の16 通りの図を、命題関係図として表し直してみるならば、

[A①B]	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	X	×

[A2B]	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	0	0

[A3B]	В/Т	B/F
A/T	0	0
A/F	0	X

[A4B]	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	X	0

[A5B]	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	0	0

[A⑥B]	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	×	×

[A⑦B]	В/Т	B/F
A/T	\circ	\circ
A/F	X	0

[A®B]	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	0	X

[A@B]	В/Т	B/F
A/T	\circ	×
A/F	×	0

[A10B]	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	0	X

[A@B]	В/Т	B/F
A/T	0	0
A/F	0	0

[A12B]	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	X	X

[A ⁽³⁾ B]	В/Т	B/F
A/T	0	0
A/F	×	×

[A4B]	В/Т	B/F
A/T	×	×
A/F	0	0

[A15B]	В/Т	B/F
A/T	0	×
A/F	0	×

[A16B]	В/Т	B/F
A/T	×	0
A/F	×	0

のようになる。13

さて、2つの[命題]の間に成立しうる16通りの[命題関係]のすべてが出揃ったところで、それぞれの特徴を個別に検討してみよう。

まず、[A @ B] は、[A] と [B] の真偽値のあらゆる組み合わせがありうる関係、いいかえれば、両者の真偽値にいかなる"制約"もかかっていないケースにあたるので、これには"自由関係"という別名と、"自由記号 \bigcirc "と呼ぶ"論理記号"を使った $[A \bigcirc B]$ という別表記とを与えることにしよう。他方、[A @ B] は、[A] と [B] の真偽値のいかなる組

 $^{^{13}}$ 第 1.3 節で導入する "集合としてのシステム"の形式をここに適用すれば、これら 16 通りの [命題関係] は、4 つの [元] をもつ [集合] の、[ベキ集合] とみなすこともできる。

 \dot{A} からかせもありえない関係、いいかえればそもそも関係の結びようがないほどのきびしい制約がかかっているケースにあたるので、これには――いささか逆説的な表現だが――"矛盾関係"という別名と、"矛盾記号 ×"と呼ぶ"論理記号"を使った [A×B] という別表記とを与えることにしよう。すなわち、

[自由関係] の代表形: [A @ B] あるいは $[A \bigcirc B]$ (1.2.4-7) [矛盾関係] の代表形: [A @ B] あるいは、 $[A \times B]$ (1.2.4-8)

となる。

次に、[A@B] は、[A] (または [B]) が "真 (T)" なら [B] (または [A]) も "真 (T)" に、[A] (または [B]) が "偽 (F)" なら [B] (または [A]) も "偽 (F)" にしかなりえない関係を意味しているので、これには "同値関係" という別名と、"同値記号 \leftrightarrow " を使った $[A\leftrightarrow B]$ という別表記とを与えることにしよう。(この "同値記号 \leftrightarrow " は前節で、[A] 相互間の意味の "一致記号 \leftrightarrow " として導入した論理記号を拡張利用している。)他方、[A@B] は、[A] (または [B]) が "真 (T)" なら [B] (または [A]) は "偽 (F)" に、[A] (または [B]) が "偽 (F)" なら [B] (または [A]) は "真 (T)" にしかなりえない関係を意味しているので、これには $[A \to B]$ という別名と、"否定記号 \neg " と呼ぶ "論理記号"を使った $[A \to B]$ という別表記とを与えることにしよう。すなわち、

[同値関係]の代表形: [A⑨B]、あるいは [A↔B] (1.2.4-4)[否定関係]の代表形: [A⑩B]、あるいは [A¬B] (1.2.4-5)

となる。そこで、[命題] 間の論理的関係を考えるさいには、ある [命題 A] ともう1つの [命題 B] が [同値関係] の [項] となっているならば、それらは推論にさいして相互に置換が可能だとみなしてよいという "推論規則" —— "同値置換規則" —— を、私たちの第1推論規則として設定しよう。また、[A] と [B] が [否定関係] にある場合には、上で導入した [命題関係] の種類を示す "否定記号 ¬ "を、[命題] の種類を示す記号としても転用を許すことにして、[B] のことは [¬A] と、[A] のことは [¬B] と書き換えてよいという第2 "推論規則" —— "否定置換規則" —— も、ここで設定しよう。もちろん、そのような [否定関係] がある場合には、[B] は [¬A] との間に、また [A] は [¬B] との間に、 [B] \leftrightarrow [¬A] や [A] \leftrightarrow [¬B] のような [同値関係] に入ることにもなる。なお、ここで新たに導入した [¬A] や [¬B] のことは "否定命題"と総称することにしよう。そうすると [A] や [B] のことは、それに対比して "肯定命題"と総称することが可能になる。以上をまとめると、

第 1 推論規則:同値置換規則:同値関係にある「命題]同士はたがいに置き換えて

よい (1.2.4-6)

第2推論規則:否定置換規則:否定関係にある[命題]同士は、たがいに相手の[否 定命題]に置き換えてよい (1.2.4-7)

がえられる。

これに対し、[A@B] から [A@B] までの4つの [命題関係] は、関係の2つの [項] の一方だけが、他方の真偽とは無関係に "真(T)" でも "偽(F)" でもありえるような関係を意味している。つまり、真偽性の制約は一方の [命題] にしかかかっていないケースなので、本来 "関係"と呼ぶこと自体が不適切なのだが、他の [命題] との論理的関係に入る潜在的可能性は示しているという意味で、それらを"潜在命題関係"あるいは単に"潜在関係"と総称すると同時に、それぞれに下記のような別名と別表記を与えることにしよう。すなわち、

[A 潜在関係] の代表形 : [A⑬B] あるいは [A]	(1.2.4-8)
[¬A 潜在関係] の代表形 : [A⑭B] あるいは [¬A]	(1.2.4-9)
[B潜在関係] の代表形:[A⑮B] あるいは [B]	(1.2.4-10)
[¬B 潜在関係] の代表形:[A⑯B] あるいは [¬B]	(1.2.4-11)

がそれである。つまり、上の 4 通りの [命題関係] は、それ自体を 1 個の [肯定命題] や [否定命題]、すなわち [A] や [¬A] 等に引き戻すことができるのである。あるいは逆に、 1 個の [命題] は、他のいくつかの [命題] との潜在関係に入ることが常に可能である。そこで、これを第 3 の "推論規則" —— "潜在置換規則" —— として設定することにしよう。 すなわち、

第3推論規則:潜在置換規則:[潜在関係]の形をとっている[命題関係]はそれを 1個の[命題]に引き戻すことができる。逆に1個の命題は、他のいくつかの[命題] との[潜在関係]におくことができる。 (1.2.4-12)

がそれである。

以上で、16 通りの [命題関係] のうちの 8 通りの特徴が明らかになった。残る 8 通りはすべて、[A] と [B] の真偽値の組み合わせのうちのただ一つの場合に限って成立しうる (つまり命題関係図のなかに "〇"が 1 個しか含まれていない)か、あるいはただ一つの場合に限って成立しえない (つまり命題関係図のなかに "×"が 1 個しか含まれていない)ような "制約"が、2つの [命題]のそれぞれにかかっているような関係である。そこで、以下ではこれら 8 通りの [命題関係] を、"主要命題関係"とまず総称することにしよう。

さらに、[A/F] は、[A] の [A/F] である [A/F] を使えば [A/F] と書けるはずである。それならば、[A/T] を単に [A] と書き、[A/F] すなわち [A/F] を単に [A] と書いてもよいだろう。つまり、それらは"真である"もしくは"偽である"というただ 1 つの [A/F] を自明のこととしてもっているとみなして、[A/F] の付記を省略してもよいと考えるのである。そこでそのような書き換えと略記を行った上で、上記 8 つの [A/F] 更命題関係図をあらためて示すならば、次のような図がえられる。

A①B	В	¬В
A	0	×
¬A	×	×

A2B	В	$\neg B$
A	×	\circ
¬A	0	0

А҈ЗВ	В	$\neg B$
A	0	\circ
$\neg A$	0	×

A@B	В	¬В
A	×	×
¬A	×	0

A5B	В	$\neg B$
A	0	×
$\neg A$	0	0

A@B	В	$\neg B$
A	×	0
¬A	×	×

A⑦B	В	¬В
A	0	0
$\neg A$	×	0

A®B	В	$\neg B$
A	×	×
$\neg A$	0	×

[命題関係] 間の関係としての [メタ命題関係]

しかし、[命題関係] のパターンを8つも考えるのはいかにも多すぎる。そこで、これらをもう少し集約できないかを考えてみよう。そのような問題を考えることは、より一般的にいうと、[命題関係] そのものではなく [命題関係] 相互間の関係、つまり "命題関係間関係" あるいは "メタ命題関係" と呼ぶことがふさわしい "かかわりとしてのシステム" を考えることを意味する。もちろん、[メタ命題関係] と総称しうる "かかわりとしてのシステム" にもさまざまな種類のものがある。しかし、以下では4つの種類の[メタ命題関係]に注意を集中しよう。すなわち、"連結関係"、"(メタ)同値関係"、"(メタ)否定関係"、および "ならば関係" とそれぞれ名付けることができるような 「メタ命題関係] がそれで

ある。

連結関係と[命題関係]の"連結表現"

最初に取り上げたい [メタ命題関係] は、[連結関係] である。そして、[連結関係] それ自体には、"かつ連結" および "または連結" と呼ぶ 2 種類のものを区別することにして、それらをそれぞれ次のように "定義" しよう。

定義:かつ連結: 2 つの [命題関係] がともに成立している場合にのみ成立しうる新たな [命題関係] を "生成" させる論理的操作 (1.2.4-13)

いいかえれば、"かつ連結"とは、連結の対象となる 2つの [命題関係] の "命題関係図"を互いに重ね合わせた時 2つの"〇"が重なるセルだけを成立可能とみなしてそこには"〇"を入れ、残りのセルにはすべて"×"印をつけることによって新たな [命題関係] を生成させる操作のことに他ならない。このような"かつ連結"操作自体のことは、命題論理学で一般に用いられている"論理記号"である"かつ記号 Λ "で表すことにして、"かつ連結"によって新たに"生成"される [命題関係] は、" $[X\wedge Y]$ "などのように表現し、"かつ関係"と総称することにしよう。

つぎに"または連結"を定義しよう。

定義:または連結: 2 つの [命題関係] のうち一方が成立してさえいれば成立しうる 新たな「命題関係] を "生成" させる論理的操作 (1.2.4-14)

いいかえれば"または連結"とは、連結の対象となる 2 つの [命題関係] の"命題関係図"を互いに重ね合わせた時に、1 つでも"〇"があるセルのすべてが成立可能とみなしてそこには"〇"を入れ、2 つの"×"が重なっている残りのセルには"×"印をつけることによって新たな [命題関係] を生成させる操作のことに他ならない。このような"または連結"操作自体のことは、これも命題論理学の論理記号の 1 つである"または記号 V"を借りて表すことにして、"または連結"によって新たに"生成"される [命題関係] は、[X VY] などのように表現し、"または関係"と総称することにしよう。

なお、"連結"のこのような"定義"から自明であるように、"かつ連結"であれ"または連結"であれ連結の対象となる [命題関係] は単なる"並列"関係にある。つまり、その"順序"は問題にならない。すなわち $[X \land Y]$ と $[Y \land X]$ 、および $[X \lor Y]$ と $[Y \lor X]$ は、それぞれ同一の [命題関係] を表しているのである。 $[Y \lor X]$

[[]X] や [Y] を後述する [X] とみなすならば、"かつ連結"はこれら [X] 2 つの集合の "共通部分"をとる操作 [X] でなわち [X] で、"または連結"は "和集合"を

"連結"の一例として先の8通りの [主要命題関係] のうち、[A@B] を [X]、[A@B] を [Y] とした場合に、それらの"かつ連結"と"または連結"から"生成"される新たな [命題関係] を考えてみよう。それらは、それぞれ下図のような命題関係図をもつ [命題関係] から

A2B	В	¬В
X		
A	×	\circ
$\neg A$	0	0

A®B	В	¬В
Y		
A	×	×
$\neg A$	0	×

"かつ連結"の場合は左下図、"または連結"の場合は右下図のような命題関係図をもつ

$X {\wedge} Y$	В	¬В
$A \otimes B$		
A	×	×
$\neg A$	0	×

X∀Y	В	$\neg B$
A@B		
A	×	0
$\neg A$	0	0

もとと同じ [A®B] および [A②B] として、いわば"再生成"される。

ここで、もっとも単純な [命題関係] として、さきに [潜在命題関係] と総称した [命題関係]、すなわち [A] と $[\neg A]$ 、および [B] と $[\neg B]$ という 4 つの [要素命題] から構成される [命題関係] をとってみよう。その場合には、[命題関係] としての [[X] および [Y] は、先の第 3 推論規則によって、それぞれ [潜在命題関係] としての [A] および [B] に置き換えて差し支えないので、これら 4 つの "潜在命題関係図" は、つぎのようになる。

A	В	$\neg \mathbf{B}$
A	0	0
¬A	×	×

	¬Α	В	¬В
	A	×	×
-	¬Α	0	0

とる操作、すなわち [XUY] に、それぞれ対応していることは容易にみてとれよう。

A	×	0
¬A	×	0

В	В	¬B
A	0	×
¬А	0	×

そして、これらの [潜在命題関係] を連結の [項] とするならば、さきの定義にしたがって生成される [かつ連結] と [または連結] は、次の8通りとなる。

A∧B	В	$\neg B$
A	0	×
$\neg A$	×	×

$\neg A \land B$	В	$\neg B$
A	×	×
$\neg A$	0	×

A∧¬B	В	$\neg B$
A	×	\circ
$\neg A$	×	×

$\neg A \land \neg B$	В	$\neg B$
A	×	×
$\neg A$	×	0

A∀B	В	¬В
A	0	0
¬A	0	×

$\neg A \lor B$	В	$\neg B$
A	0	×
$\neg A$	0	0

A∀¬B	В	$\neg B$
A	\circ	\circ
$\neg A$	×	\circ

$\neg A \lor \neg B$	В	$\neg B$
A	×	\circ
$\neg A$	0	0

それでは、連結される [命題] の一方が、[主要命題関係] 以外の [命題関係]、とりわけ [矛盾関係] もしくは [自由関係] である場合には、どのような [命題関係] が生成されるだろうか。いま、[矛盾関係] を "O" で、[自由関係] を "I" で表すとしよう。その場合には、

 $[O \lor X] \Leftrightarrow [X \lor O] \Leftrightarrow [O]$

(1.2.4-15)

 $[O \lor X] \Leftrightarrow [X \lor O] \Leftrightarrow [X]$

(1.2.4-16)

$[I \land X] \Leftrightarrow [X \land I] \Leftrightarrow [X]$	(1.2.4-17)
$[I \lor X] \Leftrightarrow [X \lor I] \Leftrightarrow [I]$	(1.2.4-18)

が成立することはあきらかである。つまり、[矛盾関係 O] は、"かつ連結"によって自分自身を生成し、"または連結"によって連結された相手の [命題関係] を生成する。その意味では、"かつ連結"が数の四則算法での"かけ算"に、"または連結"が数の四則算法での"たし算"にあたるとすれば、[矛盾関係 O] は"0"という数に対応しているということができよう。他方 [自由関係 I] は、"かつ連結"によって連結された相手の [命題関係] を生成するという意味では、"かけ算"における"1"に対応しているが、"または連結"によって自分自身を生成するという意味では、"たし算"における"∞"に対応しているということができよう。

メタ同値関係と同値群

容易に確かめられるように、こうして"生成"された 8 つの [メタ命題関係] は、事実上、先にみた 8 つの [主要命題関係] と同一のものになっている。そこで、[A①B] や [A②B] のような [命題関係] のこれまでのような形での表現のことを"パターン表現"と呼び、[A \wedge B] や [A \vee B] のような新しい形での表現のことを"連結表現"と呼ぶならば、パターン表現と連結表現の間には、次のような対応関係が存在していることがわかったことになる。すなわち、

 $[A(\widehat{I})B]$ は $[A \land B]$ と、

[A②B] は [¬AV¬B] と、

[A③B] は [AVB] と、

[A@B] it $[\neg A \land \neg B]$ \(\text{\text{\$\chi}\$}\)

[A⑥B] は [Aハ¬B] と、

「A⑦B] は「AV¬B] と、

それぞれ同値なのである。ただし、"連結表現"されている [命題関係] たちは、本来 [メタ命題関係] として生成されているので、上の"同値関係"は"同一関係"とみなすわけにはいかないことは、記憶にとどめておくことにしよう。15

そこで、このような関係のことを――[命題]間の"同値関係"という名前と"同値記

¹⁵ 同様な関係は、次の 1.3 節で導入する [あつまり] と [集合] の関係についてもいえる。「集合] は「メタあつまり] なのである。

号 ⇔"とを拡大適用して──[命題関係]間の"メタ同値関係"あるいは単に"同値関係" と呼ぶことにして、やはり同じ記号で表すことにしよう。煩を厭わずそれらの同値関係を あらためて確認するならば、それらは

$[A \textcircled{1} B] \Leftrightarrow [A \land B] \Leftrightarrow [B \land A]$	(1.2.4-19)
$[A @ B] \Leftrightarrow [\neg A \lor \neg B] \Leftrightarrow [\neg B \lor \neg A]$	(1.2.4-20)
$[A @ B] \Leftrightarrow [A \lor B] \Leftrightarrow [B \lor A]$	(1.2.4-21)
$[A \textcircled{4}B] \Leftrightarrow [\neg A \land \neg B] \Leftrightarrow [\neg B \land \neg A]$	(1.2.4-22)
$[A \circledS B] \Leftrightarrow [\lnot A \lor B] \Leftrightarrow [B \lor \lnot A]$	(1.2.4-23)
$[A \textcircled{\^{}} B] \Leftrightarrow [A \land \neg B] \Leftrightarrow [\neg B \land A]$	(1.2.4-24)
$[A ? B] \Leftrightarrow [A \lor \neg B] \Leftrightarrow [\neg B \lor A]$	(1.2.4-25)
$[A \otimes B] \Leftrightarrow [\neg A \land B] \Leftrightarrow [B \land \neg A]$	(1.2.4-26)

のように示せる。なお、ここにみられる $[A \land B]$ と $[B \land A]$ の同値関係のように、配列の順序を変えても不変のままに維持される [命題関係] のことは、とくに "対称的命題関係"、あるいは単に "対称関係"と呼ぶことにしよう。このことばを使っていえば、[かつ関係] と [または関係] 、および、[から④までのパターン番号をもつ [命題関係] は、すべて [対称関係] である。(したがって、[から⑧までのパターン番号をもつ [命題関係] は、すべて [非対称関係] になる。)

ならば連結

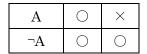
なお命題論理学では、"かつ連結"と"または連結"に加えて、"ならば連結"と呼ぶことがふさわしい"連結"の形式と、それを表現するための"ならば記号 ⇒"と呼ばれる論理記号も考慮する。その定義は、

ならば連結: 2つの [命題関係] のうち一方が成立する場合にのみ他方も成立しうるような新たな「命題関係」を"生成"させる論理的操作 (1.2.4-27)

である。いいかえれば"ならば連結"とは、連結の対象となる 2 つの [命題関係] の"命題関係図"を互いに重ね合わせた時に、前者に"〇"があり後者に"×"があるセルだけが成立不能とみなしてそこには"×"を入れ、残るすべてのセルには"〇"印をつけることによって新たな [命題関係] を生成させる操作のことに他ならない。

そこで念のために、「A]と「B]を"ならば連結"してみると、下左図

A⇔B	В	$\neg B$



$\neg A \lor B$	В	¬В
A5B		
A	\circ	×
$\neg A$	0	0

のような命題関係図をもつ [命題関係] が "生成" されるが、これは上左図の [¬AVB]、すなわち [A⑤B] の [同値関係] となっている。したがって、[主要命題関係] を "生成" させるという目的にとっては、あるいは8通りの [主要命題関係] をなるべく少数の論理記号で連結表現したいという目的にとっては、"ならば関係"を考慮する必要はとくにない。 "ならば関係"の真価が発揮されるのは、後述する "ならば推論"の扱いにさいしてである。 ¶

¶ ちなみに、"命題論理学"では $[A \circ B]$ 、すなわち $[A \circ B]$ ($[\neg A \lor B]$)という $[\neg A \circ B]$ に対して、 $[B \circ A]$ 、すなわち $[B \circ A]$ ($[\neg B \lor A]$)をその"逆"と呼び、 $[\neg A \circ B]$ 、すなわち $[\neg A \circ B]$ ($[A \lor B]$) をその"裏"と、 $[\neg B \circ A]$ すなわち $[\neg B \circ A]$ ($[B \lor A]$) をその"対偶"と、それぞれ呼んでいる。そして、ある $[\Rightarrow B]$ は、同値関係にはないことを注意する。たしかに、上の表からもすぐ見て取れるように、これら 2 つの $[\Rightarrow B]$ は、 $[A \circ B]$ ($[A \circ B]$) とは同値関係にはない。つまり、 $[A \circ B]$ ($[A \circ B]$) が成立している場合でも $[B \circ A]$ ($[B \circ A]$) や $[\neg A \circ B]$ ($[A \circ B]$) は、成立するという論理的保証はない。この場合に論理的に同値関係成立する $[A \circ B]$ だけなのである。

[(メタ) 命題関係] を"連結"して他の[(メタ) 命題関係] を"生成"させる 3 つの連結形式が出揃ったところで、これらを"命題関係間連結規則"にまとめておこう。ただし、その場合、"連結"以外に"否定"によって新たな[命題関係]を生成させる仕方もあることを併せて考慮に入れることにしよう。すなわち、

命題関係間生成規則: [(メタ) 命題関係] は、その"否定"をとることによって、あるいは [(メタ) 命題関係] 同士を"かつ連結"、"または連結"、および"ならば連結"のいずれかの仕方で互いに連結させることによって、他の [(メタ) 命題関係] を生成させることができる。 (1.2.4-28)

以上の結果は、いくつかの興味深い含意をもっている。

第一に、[命題関係] の "パターン表現"によれば、8 つの異なる [主要命題関係] を区別するためには8個の番号、つまり8種類の異なる記号を必要としたが、これを"連結表現"に置き換えれば、3 つの記号、すなわち "否定記号 ¬"と"かつ記号 Λ "と"または記号 V"があれば足りることになる。

第二に、上の [B] を [A] もしくは $[\neg A]$ に置き換えてえられる、[A] と [A]、あるいは [A] と $[\neg A]$ の "連結" から "生成" される [命題関係] は、次のような興味深い性質をもっている。

まず、[潜在関係] の命題関係図から明らかなように [A] と [A] の連結からは、"かつ連結"であれ"または連結"であれ、[A] それ自身しか"生成"されない。つまり、 $[A\land A]$ は [A] と $[A\lor A]$ と $[A\lor A]$

 $\lceil A \land A \rceil \Leftrightarrow \lceil A \rceil \Leftrightarrow \lceil A \lor A \rceil$

(1.2.4-29)

が成立する。

他方 [A] と $[\neg A]$ の "連結" の場合には、これも命題関係図を重ね合わせてみれば明らかなように、"かつ連結" の場合は、[矛盾関係] が、[または連結] の場合は [自由関係] が導出される。すなわち、

 $[A \land \neg A] \Leftrightarrow [A \times A]$ (1.2.4-30) $[A \lor \neg A] \Leftrightarrow [A \bigcirc A]$ (1.2.4-31)

という(メタ)同値関係が成立する。この2つの式は、根本前提である矛盾律と排中律を、 2つの「命題関係」の間の「メタ命題関係」の形で表現し直したものだと解釈できる。

第三に、上の 8 つの [主要命題関係] の "命題関係図" は、すべて " $\mathbf{A} \circ \mathbf{B}$ " 関係としての観点からみた "関係パターン" として書かれていた。しかし、同じ [命題関係] は、それ以外の観点、たとえば [$\mathbf{B} \circ \mathbf{A}$] や [$\mathbf{A} \circ \neg \mathbf{B}$] の観点から見てみることも可能なはずである。

その意味を理解しやすくするには、最初の学生の"行動パターン"に立ち戻って考えて みるとよい。

学生の行動の場合、たとえば、「A(DB) に対応する行動パターンは、

「A①B】: 常にコーヒーとケーキを併せて注文する。

というものだった。しかしこの同じ行動パターンは、"観点"だけを変えることで次のような違ったことばでも表現できる。すなわち、

[B①A]:常にケーキとコーヒーを併せて注文する。

[¬A®B]:コーヒーは注文せずケーキだけ注文することも、どちらも注文しないことも、コーヒーだけ注文してケーキは注文しないことも、すべてない。

[B⑥¬A]:ケーキは注文するがコーヒーは注文しないことも、どちらも注文しないことも、ケーキは注文せずコーヒーだけ注文することも、すべてない。

[A⑥¬B]: コーヒーは注文するがケーキは注文しないことも、どちらも注文しないこともコーヒーは注文せずケーキだけ注文することも、すべてない。

[¬B®A]:ケーキは注文せずコーヒーだけ注文することも、どちらも注文しないことも、ケーキは注文するがコーヒーは注文しないことも、すべてない。

[¬A④¬B] コーヒーもケーキも注文しないことも、コーヒーは注文せずケーキだけ 注文することも、コーヒーだけ注文してケーキは注文しないことも、すべてない。

[¬B④¬A] ケーキもコーヒーも注文しないことも、ケーキは注文せずコーヒーだけ 注文することも、ケーキだけ注文してコーヒーは注文しないことも、すべてない。

がそれだが、このように同一の行動パターンは、観点を変えれば異なったいい方で表現できるのである。

そこで再び [命題関係] に戻って、まず上の [A①B] に対応する命題関係図をさまざま に異なる観点からみた命題関係図として別表現してみることを試みよう。その場合の "異なる観点" としてありうるのは、明らかに

$A \circ B, \quad B \circ A, \ \neg A \circ B, \ B \circ \neg A, \ A \circ \neg B, \ \neg B \circ A, \ \neg A \circ \neg B, \ \neg B \circ \neg A$

の8つである。そして、それらの命題関係図はそれぞれ次のようになる。すなわち、

A①B	В	¬В
A	0	×
$\neg A$	X	X

B①A	A	$\neg A$
В	0	×
¬B	X	×

¬A®B	В	¬B
$\neg A$	×	×
A	0	×

В⑥¬А	$\neg A$	A
В	×	0
¬В	×	×

А⑥¬В	¬В	В
A	×	0

$\neg A \times \times$

¬B®A	A	$\neg A$
¬В	×	×
В	0	×

¬А④¬В	$\neg \mathbf{B}$	В
$\neg A$	×	×
A	×	0

¬B④¬A	$\neg A$	A
В	×	×
¬В	×	0

となるが、これらはいずれも、 $[A \odot B]$ の行や列を、採用する観点に応じて入れ換えただけのものである。([A] を $[\neg A]$ に置き換えると、もとの図の行が入れ換わる。[B] を $[\neg B]$ に置き換えると、もとの図の列が入れ換わる等々)。ところが興味深いことに、本来同一であるはずの [命題関係] が、観点を変えることでみかけのパターンとしては違ったものになっている場合がでてきている。そのことは、上の各命題関係図の左上隅に記入されている "パターン表現"による [命題関係] の "特個名"に含まれている "番号"の違いが示す通りである。

これは、ある 1 つの [命題関係]、[A①B] は、観点を変えてみることで関係それ自体としては同一でありながら、みかけ上は互いに異なる、合計して 8 つの [命題関係] にいわば "拡張" されうることを意味している。それらは、"本質" はおなじでも、その"現象形態" が異なっているといってもよいだろう。そこで、同じ操作を残る 7 つの [主要命題関係] に対しても行えば、合計して 64 通りの [命題関係] がえられ、それらは、その内部ではそれぞれが互いに"メタ同値関係"にある 8 つの [命題関係] のグループにまとめることができる。そこで互いにメタ同値であるような [命題関係] のあつまりのことを"メタ同値命題関係群"、略して単に"同値群"と呼ぶことにしよう。そこで、これら 8 つの"同値群"の一覧表を作るとともに、それらを"パターン表現"だけでなく"連結表現"としても示してみたのが、次の表 1.2.4-2 および表 1.2.4-3 である。(なお、これらの表には、念のため、"ならば記号 9"を使った"連結表現"も書き入れてある。)

表 1.2.4-2 [主要命題関係]の"同値群": その1

$[A \circ B]$	[A①B]	[A2B]	[A3B]	[A4B]
	$[A \!\!\wedge\! B]$	$[\neg A \lor \neg B]$	$[A \lor B]$	$[\neg A \land \neg B]$
[B°A]	[B①A]	[B2A]	[B3A]	[B4A]
	$[B \land A]$	$[\neg B \lor \neg A]$	$[\mathrm{B} \!\!\vee\! \mathrm{A}]$	$[\neg B \land \neg A]$

[¬A∘B]	[¬A®B]	[¬A③B]	[¬A⑤B]	[¬A⑥B]
	$[A \!\!\wedge\! B]$	$[\neg A \lor \neg B]$	[AVB]	$[\neg A \land \neg B]$
			[¬A⇔B]	
[B°¬A]	[B⑥¬A]	[B⑤¬A]	[B⑦¬A]	[B®¬A]
	$[B \land A]$	$[\neg B \lor \neg A]$	[BVA]	$[\neg B \land \neg A]$
		[B⇔¬A]		
[A∘¬B]	[A69¬B]	[A⑤¬B]	[A⑦¬B]	[A®¬B]
	$[A \land B]$	$[\neg A \lor \neg B]$	[AVB]	$[\neg A \land \neg B]$
		[A⇔¬B]		
[¬B∘A]	[¬B®A]	[¬B⑦A]	[¬B⑤A]	[¬B⑥A]
	$[B \land A]$	$[\neg B \lor \neg A]$	[BVA]	$[\neg B \land \neg A]$
			[¬B⇔A]	
[¬A∘¬B]	[¬A④¬B]	[¬A③¬B]	[¬A②¬B]	[¬A①¬B]
	$[A \!\!\wedge\! B]$	$[\neg A \lor \neg B]$	[AVB]	$[\neg A \land \neg B]$
$[\neg B \circ \neg A]$	[¬B④¬A]	[¬B③¬A]	[¬B②¬A]	[¬B①¬A]
	$[B \!\!\wedge\!\! A]$	$[\neg B \lor \neg A]$	[BVA]	$[\neg B \land \neg A]$

表 1.2.4-3 [主要命題関係] の"同値群": その 2

$[A \circ B]$	[A⑤B]	[A6B]	[A⑦B]	[A®B]
	$[\neg A \lor B]$	$[A \land \neg B]$	$[A \lor \neg B]$	$[\neg A \land B]$
	$[A \diamond B]$			
[B°A]	[B⑦A]	[B®A]	[B⑤A]	[B@A]
	$[B \lor \neg A]$	$[\neg B \land A]$	$[\neg B \lor A]$	$[B \land \neg A]$
			$[\mathrm{B}{\triangleright}\mathrm{A}]$	
$[\neg A \circ B]$	[¬A③B]	[¬A4B]	[¬A②B]	[¬A①B]
	$[\neg A \lor B]$	$[A \land \neg B]$	$[A \lor \neg B]$	$[\neg A \land B]$
[B°¬A]	[B③¬A]	[B④¬A]	[B②¬A]	[B①¬A]
	$[B \lor \neg A]$	$[\neg B \land A]$	$[\neg B \lor A]$	$[B \land \neg A]$
[A°¬B]	[A②¬B]	[A①¬B]	[A3¬B]	[A4]¬B]
	$[\neg A \lor B]$	$[A \land \neg B]$	$[A \lor \neg B]$	$[\neg A \land B]$
[¬B∘A]	[¬B②A]	[¬B①A]	[¬B③A]	[¬B4A]
	$[B \lor \neg A]$	$[\neg B \land A]$	$[\neg B \lor A]$	$[B \land \neg A]$
[¬А∘¬В]	[¬A⑦¬B]	[¬A®¬B]	[¬A⑤¬B]	[¬A⑥¬B]
	$[\neg A \lor B]$	$[A \land \neg B]$	$[\neg A \Rightarrow \neg B]$	$[\neg A \land B]$

			[AV¬B]	
$[\neg B \circ \neg A]$	[¬B⑤¬A]	[¬B⑥¬A]	[¬B⑦¬A]	[¬B®¬A]
	[¬B⇔¬A]	[¬B∧A]	$[\neg B \lor A]$	$[B \land \neg A]$
	[BV¬A]			

これによって、8 通りの [主要命題関係]、すなわち "観点"の違いも入れれば 64 通りにもなる [主要命題関係] は、8 つの同値群にまとめられるばかりか、そのすべてが [命題関係] の "パターン表現" だけでなく [メタ命題関係] の "連結表現"によっても表記可能なことが明らかになった。つまり、[主要命題関係] の表記に関するかぎり、3 つの論理記号があれば足りることは、観点の違いの可能性を考えた場合でも変わらないことが明らかになったのである。

それはそれでよいのだが、問題は、[主要命題関係] 以外の [命題関係] の表現にある。なるほど、[潜在関係] は [要素命題] に引き戻すことができる。[同値関係] は [命題] の置換で方がつく。[否定関係] の表現には "否定記号 ¬"を使えばよい。しかし、[自由関係] と [矛盾関係] はどのように表現すればよいだろうか。この本で、そのために特別な論理記号 "〇"と "×"を用意して、([A] と [B] の間の)[自由関係] は [A \circ B] のように、[矛盾関係] は [A \circ B] のように表現することにしたのは、すでにみた通りである。この二つの [命題関係] は、[A \circ B] のような 2 つの [命題] 間の [命題関係] としては、"連結表現"の形では表現できないのである。どうしても表現しようと思えば、[A \circ B] ではなく [A \circ A] の観点からの連結として、すなわち、[A \lor A]([A \circ A])および [A \land A]([A \circ A])のような [$\dot{\lor}$ A $\dot{\lor}$ B)がないのだが、いずれにせよそれらは8つの「主要命題関係] のパターンには属さないのである。

推論規則の拡張

というわけで、私たちは、それぞれが"真(T)"と"偽(F)"の2つの値のいずれかしかとれない [A]、[B] 2 つの [命題関係] 相互間の関係、すなわち [命題関係] のあり方は、8 通りの [主要命題関係] が否定記号と2種(もしくは3種)の連結記号の導入によって3 通り(もしくは4 通り)に集約された結果、合計16 通りのものが6 通り(もしくは7 通り)に整理できるようになったことを知った。すなわち、

[自由関係]: [A○B]
[矛盾関係]: [A×B]
[同値関係]: [A⇔B]
[否定関係]: [A¬B]
[かつ関係]: [A∧B]
「または関係]: [A∨B]

がそれであった。そこで [命題関係] 柏立間の関係、つまり [メタ命題関係] も、またこれら 6 通り(もしくは 7 通り)の関係をもとにして考えていくのがよいだろう。事実、先にみたように、[かつ関係 [$A\land B$]] や [または関係 [$A\lor B$]](あるいは [ならば関係 [$A\lor B$])は、単なる [命題関係] の形で表現されているとはいえ、もともと [メタ命題関係] として導き出されたものだった。

私たちはまた、互いに"同一関係"という"メタ命題関係"を結んでいる[命題関係] たちについては、すでに"同値関係"という名前を拡張適用してよいことにしていた。あるいは、とくに区別したい場合には、[命題]間の"同値関係"という名前から類推して、 [命題関係]間の"同一関係"のことは"メタ同値関係"と呼んでもよいと約束し、そこから"同値群"を導き出していた。

そうした考察をもとにして、ここで私たちは、"同値関係"を結んでいる [命題] 同士に 適用させられるものとした第 1 推論規則 (同値置換規則) を、"(メタ) 同値関係"を結ん でいる [命題関係] 同士にも適用可能なように拡張することにしよう。すなわち、

(拡張) 第 1 推論規則:同値置換規則:同値関係にある[命題] や[命題関係] 同士は、たがいに置き換えてよい (1.2.4-6a)

がそれである。

次に、最初にみた 8 通りの [主要命題関係] の命題関係図にもう一度立ち戻って、それらの図を互いに比較検討してみよう。そうすると、 $[A \oplus B]$ と $[A \oplus B]$ 、 $[A \oplus B]$ と $[A \oplus B]$ は、たがいに、一方に "〇"が入っているセルには "×"が、"×"が入っているセルには "〇"が入っているという逆の関係になっていることがわかる。この種の "メタ命題関係"は、[命題] 間関係における "否定関係"という名前を拡大適用して、やはり "否定関係"と呼ぶか、あるいは "メタ否定関係"と呼ぶのが適切だろう。そして、その表記は、やはり "否定記号 ¬"を流用して "メタ否定関係"の形で

$[[A \textcircled{1}B] \neg [A \textcircled{2}B]]$	もしくは [[A/B] ¬ [¬A/¬B]]	(1.2.4-33)
$[[A @ B] \neg [A @ B]]$	もしく/は [[A∨B] ¬ [¬A∧¬B]]	(1.2.4-33)
$[[A \textcircled{5}B] \neg [A \textcircled{6}B]]$	もしく/は [[¬A∨B] ¬ [A∧¬B]]	(1.2.4 - 34)
$\lceil A / B \rceil \neg A / B \rceil \rceil$	もしくは [[AV¬B] ¬ [¬A∧B]]	(1.2.4-35)

と書くか、あるいは、[命題] の否定形 [¬A] の拡張とみなせる [命題関係] の否定形 [¬X]

を使って

```
「「[A \odot B]] \Leftrightarrow [A \odot B] または 「¬[A \land B]] \Leftrightarrow [\neg A \lor \neg B] (1.2.4-36) [¬[A \odot B]] \Leftrightarrow [A \odot B] または [¬[A \lor B]] \Leftrightarrow [\neg A \land \neg B] (1.2.4-37) [¬[A \odot B]] \Leftrightarrow [A \odot B] または [¬[\neg A \lor B]] \Leftrightarrow [A \land \neg B] (1.2.4-38) [¬[A \odot B]] \Leftrightarrow [A \odot B] または [¬[A \lor \neg B]] \Leftrightarrow [\neg A \land B] (1.2.4-39)
```

のような同値関係の形で書くことができる。これらの関係は、「命題関係」の否定形と「命題」間の「否定関係」を、同値関係によって互いに結びつけたものであって、命題論理学では"ド・モルガンの法則"として知られている有名な同値関係である。これらの同値関係は、命題関係図の比較からただちに発見できることに注意しよう。

こうして私たちは、先の第2推論規則である"否定置換規則"を拡張した

(拡張)第2推論規則:否定置換規則:否定関係にある[命題]もしくは[命題関係] 同士は、たがいに相手の[否定形]に置き換えてよい (1.2.4-7a)

をおくことが可能になる。¶

¶ ここから知られるもう 1 つの興味深い事実は、[命題関係] の否定形を使えば、"かつ記号 Λ " と"または記号 V" (したがって"ならば記号 Φ " も)の相互置換が可能だという事実である。つまり [主要命題関係] に関するかぎり、"否定記号 Φ " の他にもう Φ 種類の論理記号がありさえすれば、すべて"連結表現"できてしまうのである。もちろん、これらは命題論理学のごく初歩的な常識に属することである。

しかし、以上2つの推論規則は、互いに同値な [命題] なり [命題関係] (およびそれらの [否定形]) 同士の間の、単なる "置換"の規則にすぎない。いいかえれば、互いに同値ではないという意味で異なる [命題] なり [命題関係] の "導出"のための規則にはなっていない。もちろんそれらが、"推論"を可能にする上で不可欠の重要性をもつ規則たちであることは疑いない。しかし、これらの "置換"規則だけでは、"推論"はあまりにも柔軟性に乏しいものになる。ここはぜひとも、同値ではない [命題] や [命題関係] の "導出"を可能にするような、つまり、ある [命題] なり [命題関係] の成立を前提すれば、それと同値ではない別の [命題] なり [命題関係] の成立もまた保証されるような、いってみれば推論における"ならば関係"と呼びうるような、もう 1 つの [メタ命題関係] と、それにかかわるもう 1 つの推論規則が欲しいところである。

それでは、ある[命題]ないし[命題関係](あるいはそれらのなんらかの組み合わせ)から、それとの「同値関係]にはないような他の「命題]ないし「命題関係]が、"妥当な

推論"の"帰結"として"導出"できるのは、どのような場合なのだろうか。

その問いに答えるために、ここで「命題関係」の本来の意味に立ち戻って考えるならば、 「命題関係」とは、その「項」となる「要素命題」がとりうる"真偽性"に課せられた"制 約"にほかならない。その制約がもっとも緩やかで、無制約に等しいのが [自由関係] で あり、もっともきびしくてそもそも関係の結びようがないのが [矛盾関係] である。どち らか一方だけに制約がかかっているのが4通りの「潜在関係」であって、残り10通りの「命 題関係]においては、なんらかの制約が双方の[項]にかかっている。そうだとすれば、 両極端の「自由関係」と「矛盾関係」はさしあたり措くとしても、それ以外の「命題」や 「命題関係」については、ある特定の「命題関係」なり「メタ命題関係」が成立している という前提のもとでならば、そこにかかっている制約の一部あるいは全部が取り外された 形の「命題関係」や「メタ命題関係」もまた、当然成立可能だという"推論"を行うこと ができるのではないか。いいかえれば、前者、すなわち相対的にきびしい制約がかかって いる[命題関係]ないし[メタ命題関係]からは、後者、すなわち制約が相対的によりき びしくはない [命題関係] ないし [メタ命題関係] が論理的に"導出"できると考えてよ いのではないか。16 以下、この本では、この意味での非対称的な「メタ命題関係」のこと を、"メタならば関係"あるいは単に"ならば関係"と総称し、"ならば連結記号"を借用 した"ならば推論記号 ⇨"を使ってこの関係を表現することにしよう。また、その[項] を形作っている [命題関係] のうちで、より制約のきびしい方を"前提関係"と、よりゆ るやかな方を"帰結関係"と総称することにしよう。もちろん、制約のかかり方が同一で あれば、どちらが「前提関係」になることもできる。いま、「前提関係」を記号"[P]"で、 [帰結関係] を記号"[Q]"で代表させるならば、この [ならば関係] は、

のように表記できるだろう。そして、広い意味での"推論"には、対称的な[同値関係]だけに限らずこの種の非対称的な[ならば関係]も利用してよいことにして、前者を"同値推論"、後者を"ならば推論"と呼び分ける 17 と共に、後者に関する推論規則を私たち

¹⁶ 論理学の用語を借りれば、前者は後者が成立するための"十分条件"であり、後者は前者が成立するための"必要条件"になっているといういいかたもできる。このような関係は、両者が"同値関係"にあれば、常に対称的に成立する——つまり、両者は互いに相手にとっての必要条件でも十分条件でもある——が、そうでなければ一方的・非対称的にしか成立しない。思い起こせば、[命題関係]としての[ならば関係]は、まさにそのような非対称的な関係だった。

¹⁷ といってもこの区別は相互背反的なものではなく、[同値関係] は当然 [ならば関係] に包摂されている。

の第4の推論規則として設定しよう。すなわち、

第4推論規則:ならば推論規則:ならば関係にある[命題関係]同士の間では、[前提 関係]から[帰結関係]を導出してよい (1.2.4-41)

がそれである。この意味での[帰結関係]は、先の[同値関係]と共に、"推論"の広い意味での"結論"を構成しているといってよいだろう。そこで、以下では、[結論]とされる [同値関係]のことは"同値結論"と、[結論]とされる [帰結関係]のことは"帰結結論"と、それぞれ呼び分けることにしよう。また、[同値結論]を引き出すタイプの推論のことは、あらためて"同値推論"と呼んで、"ならば推論"と区別することにしよう。¶

¶ "ならば推論"が推論となりうることを理解するためには、命題関係図における "×"印、つまりその関係の「項〕を形作っている「要素命題〕の特定の真偽値の組 み合わせが"成立しえない"ということの意味を、あらためて考え直してみることが 有用だろう。私たちは先に、「名前」相互間の論理的意味を、それらの「名前」を与え られている対象界の具象たちの範囲間の経験的な関係にもとづいて考え、そこから [名 前論理〕を導いた。同様に、「命題〕相互間の論理的関係としての「命題関係」の論理 的パターンも、学生の行動パターンを引き合いにだすという形で、つまり対象界の経 験的な行動パターンに照らしてその意味を解釈するという形で導き出した。そのさい の "×" 印、つまり "組み合わせ不成立"とは、そのような組み合わせが経験的にま だ観察されていないことを意味するだけで、絶対的に観察されえないことを意味する ものではなかった。つまり、そのような"組み合わせ"は、今後観察される可能性を 残しているのである。だから、そのような"組み合わせ"もありうる場合を含んだ、"制 約"のより緩やかな「命題関係」は、いまのところそのような"組み合わせ"はあり えないとしている"制約"のよりきびしい[命題関係]にとっての[帰結]という推 論論理的な意味をもちうると考えられるのである。これに対し、すでに観察された"組 み合わせ"は、観察自体の誤りということがないかぎり、それが"ありえなく"なる ことはそれこそ絶対的に考えられない。だから、"制約"のより緩やかな[命題関係] がありうるからといって、それよりよりもよりきびしい"制約"のかかっている「命 題関係】もありうるかもしれないという"推論"は、絶対的に成立不可能なのである。

それでは、2つの [命題] もしくは [命題関係] を念頭に置いた場合、それら相互間の [ならば関係] のあり方は、どのような形をとっているだろうか。それを整理したのが、下の 4つの表、すなわち、表 1.2.4-4a~表 1.2.4-4d である。この表のなかでは、"矢印→"が、私たちの定義した"メタ命題関係"としての"ならば関係"を示している。

表 1.2.4-4a: [命題関係] 間の"ならば"関係(1)

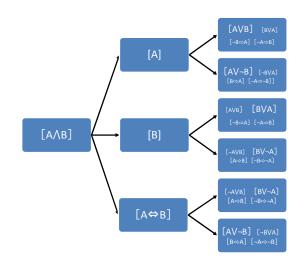
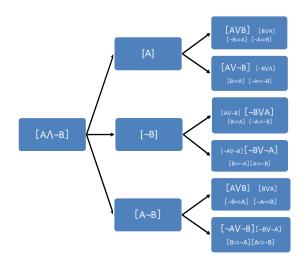


表 1.2.4-4b: [命題関係] 間の"ならば"関係(2)



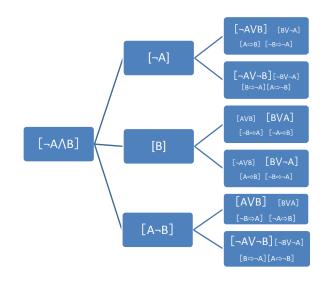
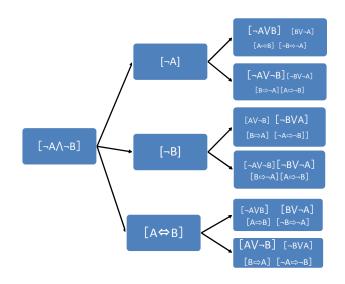


表 1.2.4-4d: [命題関係] 間の"ならば"関係(4)



推論のさまざまな形

以上で、私たちが必要とする4つの推論規則のすべてがでそろった。そこで、"推論"とはどのような論理的操作であるかを、あらためて定義しよう。すなわち、

推論の定義: 互いに"かつ連結"された複数の[命題関係] からなる[メタ命題関係] を[前提] として、そこから、その[結論]、すなわち、その[同値結論] や[帰結結論] を見いだす、論理的操作 (1.2.4-42)

がそれである。

以下、もっとも単純な形の推論のケースを 3 つほど検討してみよう。それらは、[前提] とされる [メタ命題関係] が、

- (1) 1 個の [命題] (つまり [潜在関係]) と 1 個の [命題関係] からなっている場合
- (2) 同じ2つの [命題] (あるいはその否定形) を含む2個の [命題関係] からなっている場合
- (3) 2個の [命題関係] からなっているが、そのいずれにも第3の [命題] が [媒介命題] として含まれている場合

の3つである。上の第3のケースは、"名前論理"における"3段論法"を"命題論理"に 拡張したケースだと考えることができる。

ケース(1)

これは、[A]、[B] 2 つの [命題] のうちいずれか一方の " \dot{p} 偽" —— [A] であるとか $[\neg B]$ であるといった——が [前提] の第 1 項とされ、両者の間に成立していると考えられるなんらかの [命題関係] が第 2 項とされているケースである。

たとえば、1 個の [命題]、 $[\neg B]$ と 1 個の [命題関係] $[\neg A\lorB]$ とが [前提] を形作っているとしよう。この両者が"かつ関係"で連結されたものの [同値結論] としては、 $[\neg A]$ がえられることは、 $[\neg B]$ と $[\neg A\lorB]$ の命題関係図を重ね合わせてみれば一目瞭然だろう。すなわち、

 $\lceil \neg B \rceil \land \lceil \neg A \lor B \rceil \Leftrightarrow \lceil \neg A \rceil$

(1.2.4-43)

が、まずえられる。しかし、いったん [¬A] が [同値結論] としてえられたならば、今度はその [¬A] を第 4 推論規則にいう [ならば推論関係] の [前提関係] とみなすことで、その [帰結結論] の "導出"も可能になる。具体的には、上の表 1.2.4-4 において [¬A] の [帰結関係] になっているのがどのような [命題関係] であるかを見ればよい。その答は、いうまでもなく、[¬AVB] (および、それとの [同値関係] である [BV¬A]、[A\$PB]、[A\$PB])というと [¬AV¬B] (および、それとの [同値関係] である [BV¬A]、[A\$P¬A]、[A\$P¬B])という

ことになる。

次の表 1.2.4-5 は、4 通りの [命題]、すなわち [A]、[¬A]、[B]、[¬B] と、8 通りの [主要命題関係] の [かつ連結] を [前提] とした場合に [結論] としてえられる [同値関係] の一覧表を示している。それ以外に [ならば推論関係] の [帰結関係] として導出が可能になる [命題関係] 群については、表 1.2.4-4 に立ち戻りさえすれば、容易にすべてを列挙できる。なお表 1.2.4-5 において、[同値関係] のセルに入っている "×"は、[前提] の 2 つの [項] が互いに [矛盾関係] にあるために、いかなる [結論] もえられないことを示している。

表 1.2.4-5: ケース (1) の同値結論表

	[A]	[¬A]	[B]	[¬B]
[A∖B]	[B]	×	[A]	×
[A∖¬B]	[¬B]	×	×	[A]
$[\neg A \land B]$	×	[B]	[¬A]	×
[¬A∧¬B]	×	[¬B]	×	[¬A]
[AVB]	[A∀B]	[B]	[AVB]	[A]
$[A \lor \neg B]$	$[A \lor \neg B]$	[¬B]	[A]	[AV¬B]
$[\neg A \lor B]$	[B]	$[\neg A \lor B]$	$[\neg A \lor B]$	[¬A]
[¬A\/¬B]	[¬B]	[¬A\/¬B]	[¬A]	[¬A∨¬B]

ケース (2)

次に、8通りの [主要命題関係] のうちの 2 つが [前提] の [項] となっている場合を考えてみよう。たとえば、[第 1 項] が [AAB] で [第 2 項] が [¬AVB] である場合には、[前提] となる [メタ命題関係] は [[AAB] \wedge [¬AVB]] となるわけだが、これはそれぞれの [項] の命題関係図を重ね合わせてみればただちに明らかになるように、[AAB] と同値となる。つまり、[[AAB] \wedge [¬AVB]] の [同値結論] は [AAB] となる。この場合も、その [帰結結論] は表 1.2.4-4 から容易に導出できる。

下の表 1.2.4-6 は、ケース (2) の推論とその [同値結論] の一覧表である。ケース (1) の場合と同様、その [帰結結論] は、この表と先の表 1.2.4-4 とから容易に導出できる。

表 1.2.4-5:ケース (2) の同値結論表

	[A\lambda B]	[A/\¬B]	[¬A∧B]	[¬A∧¬B]	[AVB]	[AV¬B]	[¬AVB]	[¬AV¬B]
[A\\(B\)]	[A\\(B\)]	×	×	×	[A\lambda B]	[A\lambda B]	[A\B]	×
[A/\¬B]	×	[A^¬B]	×	×	[A^¬B]	[A^¬B]	×	[A \ ¬B]

[¬A∧B]	×	×	[¬A∧B]	×	[¬A∧B]	×	[¬A∧B]	[¬A∧B]
[¬А∧¬В]	×	×	×	[¬A∧¬B]	×	[¬A∧¬B]	[¬A∧¬B]	[¬A∧¬B]
[AVB]	[A\\(B\)]	[A^¬B]	[¬A∧B]	×	[AVB]	[A]	[B]	×
[AV¬B]	[A\\(B\)]	[A\\ng B]	×	[¬A∧¬B]	[A]	[AV¬B]	×	[¬B]
[¬AVB]	[A\\(B\)]	×	[¬A∧B]	[¬A∧¬B]	[B]	×	[¬AVB]	[¬A]
[¬AV¬B]	×	[A\\ng B]	[¬A∧B]	[¬A∧¬B]	×	[¬B]	[¬A]	[¬AV¬B]

ケース (3)

最後に、先に"まとまりとしてのシステム"の節でみた"名前論理"における三段論法のケースと似て、[前提]の [項]をなす [命題関係]に、合計して 3 個の異なる [命題]が含まれているケース、それも同一の [命題]([B]または [¬B])が [媒介項]として 2 つの [項]([$A \circ B$]と [$B \circ C$])に共に含まれている場合の、残る 2 つの [命題]の間の [命題関係]([$A \circ C$])としてどのような [同値結論]もしくは [帰結結論] が見いだされるかを平部てみよう。

しかし、そのためには、3つの異なる[命題]を[項]とする[3項命題関係]について、 ある程度考えておく必要がある。

[3 項命題関係] の命題関係図は、これまで見てきた [(2 項) 命題関係] のそれが 2 次元の 4 セル・ボックスだったのに対して、3 次元の 8 セル・ボックスになる。したがって、[命題関係] の種類も、 $2^8=256$ 通りにもなってしまう。それらを 1 つ 1 つ検討することはとてもできないので、以下ではごく少数の主要なものだけについて、その命題関係図を示すことにしよう。まず 3 次元の [潜在関係] は、[A]、[B]、[C] のそれぞれは、左側に [C] が "真 C" である場合、右側に [C] が "偽 $\neg C$ " である場合をおくならば、

[A]

A/c	В	$\neg B$
A	0	0
$\neg A$	×	×

A/¬c	В	$\neg B$
A	0	0
$\neg A$	×	×

$[\neg A]$

A/c	В	$\neg B$
A	×	×
¬A	0	0

A/¬c	В	$\neg B$
A	×	×
$\neg A$	0	0

 $\lceil B \rceil$

B/c	В	$\neg B$
A	0	×
$\neg A$	0	×

В/¬с	В	¬В
A	0	×
$\neg A$	0	×

$[\neg B]$

B/c	В	$\neg B$
A	×	0
$\neg A$	×	0

В/¬с	В	$\neg B$
A	×	0
$\neg A$	×	0

[C]

C/c	В	$\neg B$
A	0	0
¬A	0	0

С/¬с	В	¬В
A	×	×
¬A	×	×

$[\neg C]$

C/c	В	¬В
A	×	×
¬А	×	×

С/¬с	В	¬В
A	0	0
$\neg A$	0	0

のような8セル・ボックスになる。したがって、2次元の [かつ連結] と [または連結] を 3次元に拡張したものは、それぞれ

$[A \land B]$

A∧B/c	В	¬В
A	0	×
¬A	×	×

A∧B/¬c	В	¬В
A	0	×
$\neg A$	×	×

$[A \lor B]$

A∀B/c	В	¬В
A	\circ	\circ

A∀B/¬c	В	$\neg B$
A	0	0
$\neg A$	0	×

$[A \land C]$

A∧C/c	В	$\neg B$
A	0	0
$\neg A$	×	×

A∧C/¬c	В	$\neg B$
A	×	×
$\neg A$	×	×

$[\mathsf{A} \lor \mathsf{C}]$

A∀C/c	В	¬В
A	0	0
¬A	0	0

A∀C/¬c	В	¬В
A	0	0
$\neg A$	×	×

$[\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}]$

B∧C/c	В	¬В
A	0	×
$\neg A$	0	×

B∧C/¬c	В	¬В
A	×	×
$\neg A$	×	×

$[B \lor C]$

B∧C/c	В	¬В
A	0	0
¬A	0	0

B∧C/¬c	В	¬В
A	0	×
$\neg A$	0	×

のようになる。([否定命題] の入った連結関係の表示は省略するので、読者は自分で確認されたい。) そこで、ここからいくつかの主要な [3 項命題関係] の命題関係図を求めてみると、

$[A \land B \land C]$

$A \land B \land$	В	Г

C/c		В
A	0	×
¬A	×	×

A∧B∧C/¬c	В	¬ B
A	×	×
¬A	×	×

$[A \lor B \lor C]$

A∀B∀C/c	В	¬B
A	0	0
$\neg A$	0	0

A∀B∀C/¬c	В	¬ B
A	0	0
$\neg A$	0	×

$[[A \land B] \ \lor C]$

[A\B] \leftrightarrow C/c	В	$\neg B$
A	0	0
¬A	0	0

[A\B] \leftrightarrow{C}\cap c	В	¬ B
A	0	×
$\neg A$	×	×

$[[A \lor B] \land C]$

[A∀B]∧C/c	В	¬В
A	0	0
$\neg A$	0	×

[AVB] \land C/\cap c	В	¬ B
A	×	×
$\neg A$	×	×

$[A \land [B \lor C]]$

A∧ [B∀C] /c	В	¬B
A	0	0
$\neg A$	×	×

A∧ [B∀C] /c	В	$\neg B$
A	0	×
$\neg A$	×	×

$[A \lor [B \land C]]$

A∀ [B∧C] /c	В	¬B
A	\circ	0
¬A	0	×

A∀ [B∧C] /c	В	¬ B
A	0	0
$\neg A$	×	×

などがえられる。

ただし、これらの命題関係図はすべて、X/cおよび $X/\neg c$ という、いわば"[C]を隠した"形で表現されているが、これらを"[A]を隠した" $X/\neg A$ および $X/\neg A$ 、もしくは"[B]を隠した"X/Bおよび $X/\neg B$ のような形に書き直すことももちろん可能である。たとえば"[C]を隠した"形で表現されている上の[A/B]は、"[B]を隠した"表現にすると

ΑΛC	С/в С	$\neg C$
A	0	0
¬A	×	×

A∧C /¬ _B	С	¬ C
A	×	×
$\neg A$	×	×

のような形に変わることは、容易に確かめられる。

そこで次に、これらの命題関係図をもとにして、より複雑な 3 次元の [メタ命題関係] の間の同値関係をしらべてみると、たとえば、命題論理学では"分配法則"と呼ばれている次のような結果がえられる。¹⁸

$$[[A \land B] \lor [A \land C]] \Leftrightarrow [A \land [B \lor C]] \tag{1.2.4-44}$$

$$[[AVB] \land [AVC]] \Leftrightarrow [AV [B\land C]]$$
 (1.2.4-45)

それでは、命題論理学が"推移率"と呼んでいる [3 項メタ命題関係]、すなわち [[A \diamond B] \land [B \diamond C]] を [前提] とし、[A \diamond C] を [結論] とする [推論関係] は、どのような意味で妥当とみなせるだろうか。"ならば記号 \diamond "を使わずに書くと、この [前提] は [[$\neg A$ \lor B] \land [$\neg B$ \lor C]] となり、[結論] は [$\neg A$ \lor C] となる。そこでそれらの命題関係図を、まずそのままの形で書いてみると [$\neg A$ \lor B] は "C を隠した"形では

¬A∀B/c	В	¬B
A	0	×
¬A	0	0

A∀B /¬c	В	¬ B
A	0	×
$\neg A$	0	0

となる一方、[¬BVC] は "A を隠した"形では

¬ B ∀ C /A	\mathbf{C}	$\neg C$
--------------------------	--------------	----------

 $^{^{18}}$ いわゆる "結合法則" すなわち、[[[A] ∨ [B]] ∨ [C]] ↔ [[A] ∨ [[B] ∨ [C]]] や [[[A] ∧ [B]] ∧ [C]] ↔ [[A] ∧ [[B] ∧ [C]]] の成立は、"かつ連結" と"または連結"の定義からいって、自明だろう。

В	0	×
$\neg B$	0	0

¬B∨C /¬A	C	$\neg C$
В	0	×
¬В	0	0

となる。しかしここで、[前提] の [項] となっているこれら 2つの [命題関係] を"かつ連結"した結果をみやすくするために、まずこの両者を"B を隠した"形に書き直してみると、 $[\neg AVB]$ は

¬A∨B/ _B	C	$\neg C$
A	0	0
$\neg A$	0	0

¬AVB/¬B	C	$\neg C$
A	×	×
$\neg A$	0	0

となる一方 [¬BVC] は

¬B∨C/ _B	C	$\neg C$
A	0	×
$\neg A$	0	×

¬B∨C /¬ _B	\mathbf{C}	$\neg C$
A	0	0
$\neg A$	0	0

となるので、ここで両者を"かつ連結"してえられる"B を隠した"形の $[[\neg A \lor B] \land [\neg B \lor C]]$ は、上の 2 つの命題関係図から

X/B	C	$\neg C$
A	0	×
¬A	0	×

X/¬ _B	С	$\neg C$
A	×	×
¬A	0	0

のようになる。だが、これは同様に "B を隠した"形での [¬AVC] の命題関係図、すなわち

¬A∨C/ _B	C	$\neg C$
A	0	×
$\neg A$	0	0

¬A∨C/¬ _B	C	\neg C	
A	0	×	
$\neg A$	0	0	

とは、明らかに同一ではない。すなわち、両者は"同値関係"にはない。しかし、これら 2つ命題関係図の相互関係は、前者で" \bigcirc "の入っているセルに後者で" \times "が入ってい

ることはないので、両者はそれぞれ"ならば推論関係"における[前提関係]と[帰結関係]になっていることがみてとれる。したがって、この場合には"ならば推論記号 ⇒"を使って

[[¬A∨B] \land [¬B∨C]] \Rightarrow [¬A∨C] あるいは [[A \Rightarrow B] \land [B \Rightarrow C]] \Rightarrow [A \Rightarrow C] (1.2.4-46)

と書けるような [ならば推論関係] が成立していることになる。ちなみに、命題関係図からもただちにわかるように、その命題関係図に 4 個の "〇"を含む [[¬AVB] \land [¬BVC]] や [[¬A \land B] \lor [¬B \land C]] のような [3 項メタ命題関係] は、その命題関係図に 6 個の "〇"を含む [¬A \lor C] や [¬A \lor ¬C] のような [または連結] 型の [2 項潜在命題関係] を、自分自身を [前提関係] とする [帰結関係] としてもつことはあっても、[同値関係] としてもつことはない。もちろん、その命題関係図に 2 個の "〇"しか含まれていない [A \land C] や [¬A \land C] のような [かつ連結型] の [2 項潜在命題関係] は、関係にかかっている "制約"がきびしすぎるので [帰結関係] にはなりえないのである。しかし、その命題関係図に 3 個の "〇"を含む [[¬A \land B] \lor [¬B \land C]] のような [または連結型] の [3 項メタ命題関係] に対してならば、[かつ連結型] の [2 項潜在命題関係] は、その [帰結関係] になりうる可能性がある。19

以上のような検討も考慮に入れるならば、先の第3推論規則は、つぎのように拡張できる。すなわち、

(拡張) 第3推論規則:引き戻し置換規則:[潜在関係]である[命題関係]は、それをより低い次元に引き戻してえられる[命題]もしくは[命題関係]に置き換えてよい (1.2.4-12a)

がそれである。

これらのさまざまな規則、すなわち最初においた 2 つの根本前提に加えて、4 つの推論規則 2 つの生成規則の全体は、"論理規則"と総称できる規則群を構成している。そこで、それらを、表 1.2.4-6 としてまとめておこう。

^{19 256} 通りありうる [3項命題関係]の "パターン表現"は、

[&]quot;○" あるいは "×" を8個含むものが各1通り、

[&]quot;○" あるいは "×" を7個含むものが各8通り、

[&]quot; \bigcirc " あるいは " \times " を 6 個含むものが各 28 通り、

[&]quot;○" あるいは "×" を 5 個含むものが各 56 通り、

[&]quot;○" あるいは "×" を 4 個含むものが 70 通り、

に分類できる。それらはまた、3 つの [命題] (およびその [否定命題]) のあいだの、さまざまな「連結関係] としても"連結表現"できる。

表 1.2.4-6: 論理規則の一覧表

第1根本前提	排中律	[命題] の真偽値は"真 (T)"か"偽 (F)"かの2
		・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第2根本前提	矛盾律	どんな [命題] も同時に"真 (T)"でありかつ"偽
		(F)"でもあることはない
第1推論規則	同値置換規則	同値関係にある[命題]や[命題関係]同士は、たが
		いに置き換えてよい
第2推論規則	否定置換規則	否定関係にある[命題]もしくは[命題関係]同士は、
		たがいに相手の[否定形]に置き換えてよい
第3推論規則	潜在置換規則	[潜在関係] の形をとっている [命題関係] はそれを
		1個の[命題]に引き戻すことができる。逆に1個の
		命題は、他のいくつかの[命題]との[潜在関係]に
		おくことができる。
第4推論規則	ならば推論規則	ならば関係にある [命題関係] 同士の間では、[前提
		関係]から[帰結関係]を導出してよい
生成規則	命題関係生成規則	[(メタ) 命題関係] は、その"否定"をとることに
		よって、あるいは [(メタ) 命題関係] 同士を"かつ
		連結"、"または連結"、および"ならば連結"のいず
		れかの仕方で互いに連結させることによって、他の
		[(メタ) 命題関係] を生成させることができる

そこで最後に、"拡張三段論法"に挑戦することにして、 $[A\circ B]$ 型と $[B\circ C]$ 型の [命題関係] の [かつ連結] を [前提] とした場合に、そこからどのような [結論] が引き出せるかを調べてみることにしよう。ただし、先の"推移率"の例でも見られるように、この場合にえられる多少とも明快な $[A\circ C]$ 型の [結論] は"ならば推論"の [帰結結論] だけである。その結果を一覧表にしたのが、次の表 1.2.4-7 である。ただし、表に赤字で示されている部分が、[帰結結論] にあたる部分である。もちろんある特定の [帰結結論] が、それ自体を [前提関係] とするいくつかの [帰結関係] 、いうならば [帰結の帰結関係] をもっている場合があることはいうまでもないが、それらについては、先の表 1.2.4-4 の参照を求めるだけにとどめておこう。 (なお、表の" \bigcirc " 印は、[自由関係] である [[る] の、略記である。)

表 1.2.4-7 [主要命題関係]間の"拡張三段論法"関係

	[B\C]	[B√¬C]	[¬B∧C]	[¬B\¬C]	[B\C]	[B\\¬C]	[¬BVC]	[¬BV¬C]
[A\B]	[A\C]\B	[A\¬C]\B	×	×	[A]/B	[A]/\B	[A\C]\B	[A/¬C]/B
[¬A\B]	[¬A\C]\B	[¬A∧¬C]∧B	×	×	[¬ A]∧B	[¬ A]∧B	[¬A∧C]∧B	[¬A\¬C]\B
[A∖¬B]	×	×	[A∧C]∧¬B	[A^¬C]^¬B	[A/C]/B	[A\¬C]\¬B	[A]\¬B	[A]∧¬B
[¬A∧¬B]	×	×	[¬A\C]\¬B	[¬A\¬C]\¬B	[¬A∧C]∧B	[¬A\¬C]\¬B	[¬A]¬B	[¬A]∧B
[AVB]	[C]/B	[¬C]∧B	[A∧C]∧¬B	[A\¬C]\¬B	$[[A \land C] \land \neg B] \lor B$	$[[A \land \neg C] \land \neg B] \lor B$	$[[AVC] \land B] \lor [[A \lor C] \land \neg B]$	[AV¬C]
[¬AVB]	[C]/B	[¬C]∧B	[¬A\C]\¬B	[¬A\¬C]\¬B	$[[\neg A \land C] \land \neg B] \lor B$	$[[\neg A \land \neg C] \land \neg B] \lor B$	$[[\neg A \lor C] \land B] \lor [[\neg A \lor C] \land \neg B]$	[¬AV¬C]
[A∀¬B]	[A\C]\B	[A\¬C]\B	[C]∧¬B	[¬C]^¬B	$[[AVC] \land B] \lor [[A \lor C] \land \neg B]$	$[[AV \neg C] \land B] \lor [\neg C \land \neg B]$	OV[A/C]	O√[A√¬C]
[¬A∨¬B]	[¬A∧C]∧B	[¬A∧¬C]∧B	[C]∧¬B	[¬C]∧¬B	[[¬AVC]\B]V[[¬AVC]\¬B]	[[¬AV¬C]\B]V[¬C\¬B]	O∀[¬A∧C]	OV[¬A\¬C]

付録:いくつかの例題

ここで念のために、この本でのアプローチにもとづく"命題論理学"の有効性を、論理学の入門書[野矢 06]に載っているいくつかの例題を解くことで検証してみよう。まず「ぜんぜん一目瞭然じゃない」といわれる"論理式"

 $[A \lor B] \Rightarrow [[B \Rightarrow A] \lor C]$ 20

は、"ならば記号 o"を"または記号 V"で置き換えると、

 $\neg [A \lor B] \lor [[\neg B \lor A] \lor C]$

となり、ここで左の [メタ否定関係] を通常の [命題関係] に引き戻すと

 $[\neg A \land \neg B] \lor [[\neg B \lor A] \lor C]$

となり、 $[\neg A \land \neg B]$ の部分からは第4推論規則である"ならば推論規則"(表 1.2.4-4) によって $[\neg B]$ という帰結を引き出すことができる。さらに $[\neg B]$ が成立すれば、"または連結"の定義から $[[\neg B \lor A] \lor C]$ が成立しうることもただちに引き出せるので、この論理式が全体として成立していることは明らかである。

 $^{^{20}}$ これは「野矢 06:142」の例を記号だけを若干書き換えてとってきたものである。

次に、"正しい演繹的推論"の選びだしを要求している例題をみてみよう[野矢 06:133]

- (1) ある行為が犯罪とされるためには、その行為が刑法が定める犯罪の型に合致し、かつ、違法であることが必要である。債務不履行は犯罪ではない。だから、債務不履行は刑法が定める犯罪の型に合致しないか、または、違法ではない。
- (2) 二郎か三郎が花子のプレゼントをもらうならば、太郎は花子のプレゼントをもらえない。花子からプレゼントをもらえないと、太郎は見るもあわれに意気消沈する。だから、太郎か見るもあわれに意気消沈しているのでないならば、二郎は花子からプレゼントをもらえなかったということだ。
- (3) 上海亭はおやじのきげんが悪いと店を開けない。上海亭がやっていないと、太郎は昼食にコンビニの弁当かカップ麺を食べる。だから、太郎が昼食にカップ麺をすすっているならば、上海亭のおやじはきげんが悪いということだ

まず(1)に含まれている「命題」を

ある行為が犯罪とされる (A) 行為が犯罪の型に合致している (B) 行為が違法である (C) 債務不履行がある (D)

とした上で、2つの前提を

[A⇔ [B∧C]] および [D⇔¬A]

としよう。検討すべきはここから、結論

 $\lceil D \Rightarrow \lceil \neg B \lor \neg C \rceil \rceil$

が引き出せるかどうかである。

ところが、結論の $[\neg BV\neg C]$ の項は、第一前提の $[B\land C]$ の項の [否定関係] になっている。したがって [命題関係] である $[B\land C]$ を [E] という [複合命題] に置き換えるならば $[\neg BV\neg C]$ は [E] の [否定命題] である $[\neg E]$ に置き換えることができる。つまり、この例題は、

 $\lceil A \triangleright E \rceil$ と $\lceil D \triangleright \neg A \rceil$ から $\lceil D \triangleright \neg E \rceil$ が引き出せるか

という設問になっている。そこで、表 1.2.4-6 に照らしてその妥当性を検証する段取りとなるわけだが、表との照合をしやすくするために、[D] を [A] に、[E] を [C] に [A] を [B] にという記号の変換を行うと、上の例題は、

[B♥C] と [A♥¬B] から [A♥¬C] が引き出せるか

という形に書き換えられる、そこで表 1.2.4-6 を参照すると、この場合の結論は[自由関係] となっている。つまり、 $[A \Leftrightarrow \neg C]$ というか [C] が "真 (T)" であることははありえないわけではないが、 21 [A] と [C] の間のそれ以外のあらゆる [命題関係] も同様にありえるのだから、 $[A \Leftrightarrow \neg C]$ だけをとりたてて "結論"とするのは、演繹的にみて——つまり、"同値推論"もしくは "ならば推論"の観点から見て——正しい推論とはいえないことになる。

次に第二の例題にかかろう。ここでもまず、

二郎がプレゼントをもらう(A)

三郎がプレゼントをもらう(B)

太郎がプレゼントをもらう (C)

太郎が意気消沈している(D)

という [命題] の記号化を行うと、2つの前提は、

[[A∨B] ⇒ ∧C] および [¬C⇒D]

となり、検討すべき結論は

 $[\neg D \Rightarrow \neg A]$

となる。そこでとりあえず [AVB] を [E] と置いた上で二つの前提の対偶をとると、

「C⇔¬E] および 「¬D⇔C]

となり、ここから

 $[\neg D \Rightarrow C \Rightarrow \neg E]$ $\neg \exists \emptyset [\neg D \Rightarrow \neg E]$

²¹ 現に、「債務不履行は犯罪の型に合致しないか、または違法ではない」という命題は、 著者の野矢も指摘しているように、経験的には"真(T)"なのである。

がえられる。だが $[\neg E]$ は、 $[A \lor B]$ の否定関係になるので、 $[\neg A \land \neg B]$ と置き戻すことができる。すなわち

 $[\neg D \Rightarrow [\neg A \land \neg B]]$

となるが、ここで $[\neg A]$ は $[\neg A \land \neg B]$ の [帰結] の 1 つになっているので、

 $[\neg D \Rightarrow [\neg A]$

も当然成立しうることがわかる。

最後に第三の例題に挑戦しよう。ここでも、

おやじのきげんが悪い(A) 店を開ける(B) コンビニ弁当を食べている(C) カップ麺をすすっている(D)

という命題の記号化を行えば、2つの前提は

[A⇔¬B] および [¬B⇔ [C∨D]]

となり、検討すべき結論は

 $[D \Rightarrow A]$

となる。しかし、2つの前提から引き出せるのは、

 $[A \Leftrightarrow \neg B \Leftrightarrow [C \lor D]] \qquad \neg \sharp \ \emptyset \quad [A \Leftrightarrow [C \lor D]]$

であって、それをさらに変形しても

[¬AV [CVD]] つまり [¬AVCVD]

がえられるにすぎず、[D] が "真" であるかぎり [A] は "真" であっても "偽" であっ

てもよいことになるので、例題のような結論は引き出せないことがわかる。