

1.3. あつまりの形式 “()”

あつまり、元、所属関係、階層関係

システムの基本形の第3は、複数の“対象”を、いってみれば1つの“大きなまとまり”すなわち“あつまり”として一挙にシステム化するための形式である。空を飛んでいる鳥の群れやヘリコプターの編隊、学級の生徒たちや委員会の委員たち、コンビニの店内に陳列されている多数の商品、サッカーをプレーしている選手たちや音楽を演奏している楽団員たちを目にしたとき、私たちはそれらが1つの“あつまり”をなしていると認識する。あるいはまた、社内の何人かの精鋭を選んで、あるプロジェクトを担当するチームを立ち上げようとする時や、囲碁のゲームで先番を決めるために一握りの白石を碁笥からつかみ出す時にも、私たちはなんらかの“あつまり”を作ったという認識をもつだろう。さらに、ある対象をなんらかの“共通名”、たとえば“イヌ”や“パソコン”と呼名した上で[イヌ]*や[パソコン]*として“具象化”するとき、私たちは、対象界のなかにはそれ以外にも[イヌ]*や[パソコン]*の[類]*に属する多数の対象が存在しているというイメージをもつだろう。認識主体のイメージのなかでは、それらは観念的なものにすぎないとはいえず、“あつまり”を形作っているのである。

そのような時、私たちはまずその“あつまり”を呼名することによって、1個の“まとまり”としてシステム化する。[鳥の群れ]、[ヘリコプターの編隊]、[A高3年1組]、[C審議会]、[サッカー日本代表選手団]、[Dプロジェクト・チーム]、[握った石]、[イヌ]等々がそれである。これらの[名前]は、それだけで“あつまり”を指しているとわかる場合もあれば、かならずしもそうでない場合もある。とりわけ[イヌ]などは、それが1匹のイヌのことなのか“イヌ”という共通名をもつすべての個体の“あつまり”のことなのかははっきりしない。

そうだとすれば、“複数の対象のあつまり”をそれとして認識するためには、つまり“あつまりとしてのシステム”——略記すれば[あつまり]——としてシステム化するためには、システム形式の側で、少なくとも2つの工夫が必要になる。その第1は[あつまり]の包括的な個別名としては、できるかぎりそれが[あつまり]の名前であることが一見してわかるような名前を使うことである。その第2は、それぞれの[あつまり]には、どのような個別の[まとまり]たちが属しているかを、なんらかの形で具体的に“指定”してやることである。以下では、[あつまり]に属している個別の[まとまり]たちのことは、[あつまり]の“元”と総称することにしよう。また、[あつまり]とその[元]たちとのあいだの“かかわり”のことは、“所属関係”と総称することにしよう。

ここで視野をもう一段広げるならば、[あつまり]の[元]がそれ自体[あつまり]である場合、すなわち[元の元]が存在している場合や、[あつまり]それ自体がより大きな[あつまり]の[元]となっている場合、すなわち[あつまりのあつまり]が存在している場

合も、当然考えられる。そのような場合には、“所属関係”も、ある [あつまり] とその [元
の元] との関係や、ある [元] とそれが属している [あつまりを元とするあつまり] との
関係などに拡張され、いってみれば“所属関係の深度”がより深まることになるだろう。

ここでひとまず、これまで考えてきたシステムの 2 つの基本型をふりかえってみよう。
認識の対象は、“呼名”されることによって、包括的には“[名前]”のような、あるいは具
体的には“[a]”のような代表形で表される“まとまりとしてのシステム”になり、さらに
“物”として具象化した。2 つの [まとまり] はその間になんらかのかかわりを“設定”さ
れることによって、包括的には“[命題]”のような、具体的には“[a~b]”のような代表
形で表される“かかわりとしてのシステム”になり、さらに“事”として具象化した。で
は、いくつかの [まとまり] からなる [あつまり] の代表形としては、どのような形式を
用意すればよいだろうか。

まず、その具体形、すなわち [あつまり] に属する [元] をなんらかの形で“指定”す
る形式の方から考えていこう。いちばんてっとりばやくは、[あつまり] に属するすべての
[元] を“[a]”や“[b]”等々として“列挙”した上で、それらを“あつまり記号 ()”の
なかに入れる形が考えられる。その場合、“あつまり記号 ()”のなかに入る記号が [まと
まり] を表していることは自明だとすれば、それらの“システム化記号 []”は省略しても
よいだろう。また [あつまり] それ自身が“システム”であることも自明だとすれば、“あ
つまり記号 ()”が用いられている場合には、それ自体を包む“システム化記号 []”も省
略してもよいだろう。こうしてえられるのが、前節でみた [配列] の形式をもとにした

[あつまり] の (列挙型) 具体的代表形 : (a, b, c, …, z) (1.1.3-1)

である。

しかし、[あつまり] のすべての [元] を列挙することが、常に可能であるとも必要であ
るともかぎらない。そうだとすれば、具体的代表形として、列挙型以外のものも考えてみ
る必要がある。そこで、次の点に注目してみよう。すなわち、[あつまり] に属しているも
ろもろの [元] たちは、一方ではそれらの“特個名”ないし“固有名”によって示される
ような“差異性”と同時に、“共通名”によって示されるような“共通性”をもっている。
“共通性”には、複数の“対象”を同じ [あつまり] の [元] とみなしてよい根拠となる
ような、“共通属性”ないし“内包的属性”とでも呼ぶことが適切なものと、認識主体がそ
れらをなんらかの [あつまり] の [元] とみなすことによってそれらの上にはいわば押し付
けるような“外延的な共通性”とが考えられる。¹

¹ より厳密に言えば、“差異性”にも、“特個名”の違いとして表すことのできる“質的差
異性”と、“特個名”としては同一であるために、たとえばその“数”を数えたり、それぞ

そうだとすれば、[あつまり]の各[元]の指定を、それらを具体的に列挙する代りに、それらの共通性を示すことで済ませる仕方が考えられるだろう。いいかえれば、同じ“共通名”をもつ[まとまり]はすべてこの[あつまり]の[元]だと指定するのである。

その場合、[元]のもつ共通属性ないし内包的属性に注目するならば、先に“かかわりとしてのシステム”の節で導入した“本体～属性”関係の表記法である“[s/p]”の一部を使った

[あつまり]の(内包型) 具体的代表形：(/p) (1.3-3)

のような指定の仕方が考えられるだろう。ここで記号“/p”は、“p”という“共通属性名”をもつすべての[本体]からなる[元]の、代表名である。また、その場合の個別名としては、[あつまり]そのものの名前、あるいはその一部を用いることができる。たとえば、“群れのなかの鳥”、“A高3年1組生”、“サッカー日本代表選手団員”、“イヌ”などのように。この形式を用いる認識主体は、[あつまり]の指定にさいして、個々の[元]の本体名(特個名や固有名)はとくに指定するまでもない、あるいは具体的に指定することはできないと考えているのである。

これに対し、たとえば囲碁で先番を決めるために握られた白石の“あつまり”に属している個々の白石が、それ以外の白石から区別しうるような特別な共通属性をもっていると考えられることは無理だろう。特命プロジェクト・チームのメンバーとして選ばれた社員たちは、その根拠となるような彼らだけに共通する属性をもっているかもしれないし、もっていないかもしれない。それらに共通しているのは、“握られた”あるいは“選ばれた”という“外的”ないしは“外延的”な事実だけである。そうだとすれば、この場合は、先の“本体～属性”関係での[本体]の部分に注目した

[あつまり]の(外延型) 具体的代表形：(s/) (1.3-4)

のような指定の仕方も可能になるだろう。ここで記号“s/”は、“s”という“共通本体名”——先の例でいえば“握られた石”や“選ばれたプロジェクト・チーム・メンバー”のよ

れに“番号”をつけたりすることによって区別するしかないような“量的差異性”とが考えられる。たとえば、囲碁の先番を決めるために握られた基石の“あつまり”は、いくつかの“白石”からなっている。それらの“白石”同士は互いに質的に区別する意味がなく、単にその“数”が数えられるだけ、それも“偶数”か“奇数”かが区別されるだけである。また、私の財布のなかに入っている硬貨の“あつまり”には、100円玉が3枚と10円玉が6枚入っているかもしれない。その場合、私にとっては、それらの100円玉あるいは10円玉同士を互いに質的に区別する意味は、ほとんどの場合ない。ここでも問題になるのはそれらの“枚数”だけである。そうした場合には、[あつまり]の列挙的指定は、(aが9個)とか、(bが3枚とcが6枚)といった形をとることになるだろう。

うな——と同時になんらかの“特個名”をもっているような、あるいは必要に応じてつけることができるような [元] の、代表名である。

もっとも、“内包型”の指定であれ、“外延型”の指定であれ、それと併せて各 [元] を列挙できるのであれば、そうしても当然差し支えないだろう。それらを“列挙内包型”および“列挙外延型”と呼び分けるならば、

[あつまり] の (列挙内包型) 具体的代表形 : (a/p, b/p, …, z/p) (1.3-5)

[あつまり] の (列挙外延型) 具体的代表形 : (s/a, s/b, …, s/z) (1.3-6)

のような指定の仕方もありうることになる。

次に、包括的代表形について考えてみよう。先に述べたように、[あつまり] は、それ自体を 1 個の [まとまり] とみなすことももちろん可能であり、そのようなものとして“呼名・命名”することができる。先に [まとまり] の包括的代表形として“[名前]”を考えたのと同様な考え方にたてば、[あつまり] の包括的代表形としては、たとえば“[集名]”が考えられる。しかし、[あつまり] それ自体が、上にみたように 3 種に大別できるとすれば、それに応じて、その包括的代表形も、たとえば

[列挙型あつまり] ないし [あつまり一般] の包括的代表形 : [集名] (1.3-7)

[内包型あつまり] の包括的代表形 : [類名] (1.3-8)

[外延型あつまり] の包括的代表形 : [群名] (1.3-9)

のように書き分けてもよいだろう。

また、[まとまり] の“名前”同様、[あつまり] の“名前”についても、その“代表名”以外に、“普遍名”から“特個名”、さらには“固有名”にいたるさまざまなレベルの“特定名”を考えることができる。日本語の場合、“あつまり”の“普遍名”は、“あつまり”それ自身か、あるいは“群れ”、“集団”などだろう。そして、日本語の特徴は、中間レベルの“共通名”にあたる [あつまり] の“名前”が、ほとんどないところにある。“魚の群れ”や“人の群れ”、“車の群れ”ですませてしまうのである。これが英語の場合だと、“(魚の) スクール”、“(アリの) コロニー”、“(ゴリラの) ギャング”、“(ライオンの) プライド”などといった実に多種多様な“共通名”が使い分けられる。¶

¶ 英語文化圏には、複数の対象を 1 つの [あつまり] としてシステム化する際に、それを単に“group”という普遍名で呼ぶだけでなく、その [元] としてシステム化される対象がもっている属性の違いに注目して、[あつまり] そのものをも違った“名前”で呼名する習慣がある。“band”、“colony”、“flock”、“gang”、“herd”、“murder”、“pack”、“party”、“pride”、“pod”、“school”、“shoal”、“swarm”等々の“群詞”がそれだが、

その呼名の自由度の大きさと選ばれる名前の多彩さには驚くべきものがある[ギル 89]。他方、中国語や日本語の文化圏では、[あつまり]そのものよりは、その[元]の属性の違いに注目して、それを[元]の数え方の違いに反映させる。たとえば“軒”、“個”、“棹”、“膳”、“足”、“台”、“頭”、“人”、“尾”、“匹”、“振”、“本”、“輛”等々の“助数詞”がそれだが、こちらはその多彩さでは引けをとらない。²

しかしそれらはいずれも、当該の“あつまり”は外延的な“発見規則”を通じて指定されるべきものという想定がある場合の話だと思われる。たとえば、「いまあそこを飛んでいる鳥の群れ」とか「金曜の夕方の渋谷駅頭の人の群れ」といったようにである。他方、内包的な“発見規則”による指定が想定されている場合の“あつまり”それ自体は、“種”や“類”のような普遍名から始まって、“イヌ”や“飛行機”のような中間名、さらには“シェパード”や“セスナ”のような特個名で呼ばれることが普通だろう。³そこで、[あつまり]の包括的代表名ばかりでなく普遍名についても、その種類の違いに応じて

[列挙型あつまり] ないし [あつまり一般] の普遍名：“集” (1.3-10)

[内包型あつまり] の普遍名：“類” (1.3-11)

[外延型あつまり] の普遍名：“群” (1.3-12)

を考えておくことにしよう。⁴

² 日本語の場合は約 500 種の、中国語の場合は 200 ないし 350 種の助数詞がみられるという。ただし、これらの助数詞は次第に整理淘汰される方向にある。

<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%8A%A9%E6%95%B0%E8%A9%9E>

なお、序数詞の中には、“箸 2 膳”、“定食 3 人前”、“男性下着 5 組”などのように、その単位自体が明らかに [あつまり] であるものもある。また、例外的にはあるが、日本語にも“群詞”らしいものはある。たとえば、“嫁入り道具 1 式”は、形式的には助数詞のように見えるが、“嫁入り道具”を“1 式”、“2 式”と数えることはまずないだろう。その意味で、この場合の“1 式”は、“群詞”とみなしてもよいように思われる。

³ それでは、なんらかの“あつまりとしてのシステム”が内包的にのみ指定されている場合、それに属するすべての元は、外延的にも指定できるといってよいだろうか。(イヌ)の場合を考えてもわかるように、ほとんどの場合、それは無理な話だろう。ならば、(イヌ)のような“あつまりとしてのシステム”それ自体の“具象”——後述する用語を先取りしていえば [類] * ——は、そのものとして発見できるものなのだろうか。いや、そもそもそのものとして“実在”しているのだろうか。これは、昔から哲学者を悩ませてきた難問でもあるが、ここでは、この難問には正面から答えないことにして、とりあえず、“内包的なあつまりとしてのシステム”については、その [元] の“発見規則”が与えられているだけでよしとする立場をとろう。数学者のいう、集合の「外延性公理」の受容も、恐らく同じような考え方にたつてのことだろう。[上江洲 04:12]。

⁴ [外延的あつまり] の一般名としては“群”の他には“団”や“衆”などがあげられる。[内包的あつまり] の一般名としては“類”の他には“種”や“属”や“科”などがあげられる。生物の分類学が、さまざまなレベルの一般性を持つ“類名”を用意していること

それでは、[あつまり]の個別形は、どのように表せばよいだろうか。[あつまり]の個別形もまた、上の3種（ないし5種）の指定の仕方のうちのどれに準拠するかによって、それぞれ異なる形をとる。すなわち、

[列挙型あつまり]: [3兄弟] ⇔ (太郎、二郎、三郎) (1.3-13)

[内包型あつまり]: [イヌ] ⇔ (/イヌ) (1.3-14)

[外延型あつまり]: [握られた石] ⇔ (握られた石 /) (1.3-15)

[列挙内包型あつまり]: [ウチの家族] ⇔ (パパ/ウチの家族、ママ/ウチの家族、ボク /ウチの家族) (1.3-16)

[列挙外延型あつまり]: [財布の中の硬貨] ⇔ (財布の中の硬貨/100円玉 a、財布の中の硬貨/100円玉 b、財布の中の硬貨/100円玉 c、財布の中の硬貨/10円玉 a、財布の中の硬貨/10円玉 b、財布の中の硬貨/10円玉 c、財布の中の硬貨/10円玉 d、財布の中の硬貨/10円玉 e、財布の中の硬貨/10円玉 f,) (1.3-17)

などがそれである。これらの式では、同値関係の左辺に[あつまり]の包括的個別形が、右辺にその具体的個別形がおかれている。なお、[内包型あつまり]の場合、たとえば、“イヌ”という“類名”をもつ[内包型あつまり]は、包括的には[イヌ]と書け、具体的には、[(/イヌ)]と書けるので、それらの間には、上の(1.3-14)のような意味上の同一性関係が成立するわけだが、ここで、同じ“イヌ”という“名前”が、“類名”として用いられていると同時に、その[類]の各[元]の“共通本体名”もしくは“共通属性名”としても用いられていることに、読者の注意をあらためて喚起しておこう。このような用語法はごく日常的に見られるので、この本では、同じ“名前”が異なる意味で用いられていることが明示できるように、(1.3-14)式のような書き分けを工夫してみたのである。

メタあつまりとしての [集合] {}

私たちはこれまでに、[まとまり]および[かかわり]という2つの基本的システム形式を導入し、[名前]間や[命題]間の、あるいは[名前関係]間や[命題関係]間の、論理的关系について考えてきた。[あつまり]についても、それら相互間の論理的关系が考えられることはいうまでもない。たとえば、2つの[あつまり]から

1) その両者に共通に属している[元]を抜き出して作られる[あつまり]としての[共

はいうまでもない。なお、“集”という普遍名に違和感を覚える読者は、“歌集”や“文集”のような中間名をまず思い浮かべてほしい。もっとも、私たちはすぐ後で“あつまりとしてのシステム”から派生するシステムとして、“集合としてのシステム”を考えるのだが、そこまで行くと、[集合]や[あつまり]一般の普遍名としては“集”よりもむしろ“数”が用いられると考えてよくなるだろう。

通あつまり]

- 2) どちらか一方あるいは両方に属している [元] を合わせて作られる [あつまり] としての [和あつまり]
- 3) 一方の [元] のうち他方の [元] でもあるものを取り去った後に残る [元] から作られる [あつまり] としての [差あつまり]

などのような“メタあつまり”とでも呼ぶことが適切な新しいシステムを生成させる論理的操作が考えられる。これは、[命題関係]の場合でいえば、“かつ連結”や“または連結”によって、[メタ命題関係]を生成させたのと類似の操作である。そこで、[あつまり]の場合には、この種の操作のことは、“結合”ということばを使って“共通結合”、“和結合”、“差結合”などと呼ぶことにしよう。

[あつまり]間の“共通結合”が[命題関係]間の“かつ連結”に、“和結合”が“または連結”に直接対応しているのは、ごくみやすい道理である。では“差結合”はどのような命題間連結に対応しているのだろうか。[命題関係]の言葉でいえば、それは $\neg[A \wedge B]$ 、すなわち“ならば連結”の“否定”に対応しているといえることができる。また、1つの[あつまり](**T**)を、そこからそのいくつかの[元]だけを抜き出して作られる[あつまり](**S**)と、それ以外の[元]だけの[あつまり](**R**)とに分けてみるならば、(**S**)と(**R**)は、(**T**)という大きな[あつまり]を前提として互いに[補あつまり]の関係にたっているといえることができる。このような[補あつまり]を生成する論理的操作は、[命題]もしくは[命題関係]の場合でいえば、その“否定”に対応しているとみなすことができる。

ところで、[命題関係]の場合には、そのような操作によって生成された[メタ命題関係]は、それ自体が単純な[命題関係]に還元される場合も多かった。実際、[あつまり]という観点にたってみれば、2つの[命題]の間の16通りの[(2項)命題関係]は全体として1つの[あつまり]を形作っているとみなせるばかりか、“かつ連結”や“または連結”のような操作に関しては、それによって生成される[メタ命題関係]もまた、“命題関係図”として見るかぎり、もとの[命題関係のあつまり]の[元]のどれかに還元されているという意味では、“連結”という操作に関して、一種の[閉じたあつまり]を形作っているといえることができた。

それでは、[あつまり]の場合はどうだろうか。“和結合”はともかく、“共通結合”や“差結合”のような操作を行なった場合には、[元]が1個しかないか、あるいはないシステムが生成される可能性がある。私たちは、この節の最初で[あつまり]を、「複数の[まとまり]を[元]とする1つの大きな[まとまり]」と定義したのだが、その定義にしたがうかぎり、それらのシステムは、それ自体が[あつまり]だとはいえない。つまり、私たちの定義による[あつまり]だけをその[元]とする[あつまりのあつまり]、すなわち[メタあつまり]は、上のような論理操作に関しては閉じていないのである。

それでも別によいではないかといってしまえばそれまでだが、それでは面白くないので、

最初に定義した意味でのいくつかの「あつまり」から、それらのさまざまな「結合」を通じて論理的に生成される「メタあつまり」を新たに定義し、それらを——数学者の用語を借りて——「集合」と総称することにしよう。この意味での「集合」であれば、「元」が1つしかないような「単元集合」も「元」をもたない「空集合」も、その特殊ケースとみなすことが可能になる。さらに「メタ命題関係」が「命題関係」に“還元”されたのに対し、私たちが先に定義した意味での「あつまり」はすべて、なんらかの「メタあつまり」ともみなせる、つまり、他のいくつかの「あつまり」の「和あつまり」や「共通あつまり」あるいは「差あつまり」ともみなせるという意味では、それらは「集合」に“増幅”されうるということができる。あるいは、個々の「命題」を潜在的「命題関係」とみなすことができるのと似たような意味で、すべての「あつまり」は潜在的な「メタあつまり」すなわち「集合」でもあるとみなしてよいことになる。⁵ そこで、以下では「あつまり」よりも「メタあつまり」すなわち「集合」についてもつばら考えることにしよう。そして、「集合」をその具体形で表す場合には、これまでの「あつまり記号 ()」に代えて、数学者の用いる「集合記号 {}」を使うことにしよう。また、先にみた「あつまりのあつまり」に対応して、その「元」がそれ自体「集合」であるような「集合の集合」のことは、これも数学者の用語を借りて「集合族」と総称することにしよう。

もちろん、先にみた「共通結合」や「和結合」や「差結合」のような論理的結合操作は、「あつまり」に対してだけでなく、「メタあつまり」としての「集合」に対しても加えることができる。それによって数学者が「共通部分」、「和集合」、「差集合」などと呼ぶ新たな「(メタ)集合」が、それ自体も「集合」として生成されるのである。その意味では、「集合」それ自体を「元」とする「集合族としてのシステム」は、これらの結合操作に関するかぎりでは閉じているのである。⁶

数学的集合

ところで、数学者が「集合論」の研究対象としている「数学的集合」は、上に定義したような意味での「集合」に含まれることは当然として、その他の一般的な「集合」とは異なる、1つの顕著な特徴をもっている。すなわち、「数学的集合」というシステム形式の“内容”は、対象界のなかの“対象”がシステム化されたものではなくて、システム形式それ自体によって“創造”されたものである。その意味では「数学的集合」は、それ自身とし

⁵ しかし、すべての「集合」が「あつまり」であるとはいえない。「空集合」や「単元集合」は明らかに「あつまり」ではありえない。

⁶ 「これらの結合操作に関するかぎりでは」と限定を付けたのは、「元」の数が無限であるような集合の“ベキ集合”のそのまた“ベキ集合”をとるといったたぐいの操作を無限に続けていった場合に生成される可能性のある超巨大な“システム”まで「集合」に含めしまうと論理的な矛盾に陥りかねないからである。そこで数学者は、「集合」とはいえないようなある種の巨大な「あつまり」のことを“クラス”と呼んで「集合」から区別している [上江洲 04:第2章]。

ていわば“自足”しているシステムだということができる。

詳しい説明は数学書に譲るが、近代の数学者たちは、[空集合] すなわち “{}” あるいはその別記としての “ ϕ ” をも [集合] の一種とみなしてよいという考え方を採用したばかりか、それに加えて、[空集合を元とする (メタ) 集合]、すなわち “[{}{}]” あるいは略記形で書けば “[{}]” をも考えてよいとすることで、純粹形式としての [空集合] それ自体をその [元] (つまり固有の“内容” といふか“形式的な内容”) とする新たな [集合の集合] すなわち [数] を生成させることに成功した。近代の数学者たちはそこからさらに [集合の集合の集合...]、を無限に生成し続ける操作を導入することで、その [元] の数、すなわち“濃度” がさまざまなレベルの“無限” であるような、“数の集合” と総称できるタイプの一連の [メタ集合]、すなわち [自然数] や [整数]、[有理数]、[実数] 等々を生成させた。⁷ そればかりか、それらをもとにした多種多様な [まとまり] や [かかわり] や [あつまり] をもまた、さまざまな“数学的システム”⁸ として——本来の対象界のなかの対象たちとは独立に——生成させた。それはまさに、近代の数学者たちによる“天地創造” [竹内 01] と呼ぶにふさわしい、数学者たちの共働行為——“システム創造”——だったといつてよいだろう。もちろんそれと同時に、近代の数学者たちは、そうして“創造”されたもろもろの“数学的システム” 相互間の“論理的関係” を考える学としての“集合論”、あるいは“数学” それ自体をも再創造したのである。

こうして創造された [数学的集合] あるいはその普遍名としての“数” は、それがシステムである以上、対象界の中にそれが宿る具象をもちうることは当然である。つまり、集合論の立場にたてば、対象界はすべて “[数] *” からなりたっていることになる。これが“数的世界観” にほかならない。

しかし、さまざまな“数学的システム” とそれらの間の相互関係を考える科学としての数学からなる“数学的世界” は、依然として“不完全” であつたり“矛盾” に逢着する場合があつたりすることが知られている。つまり、近代の数学者たちは完全で無矛盾な“数学的世界” の創造にはまだ成功していない。⁹ その努力は現在でもたゆみなく続けられている。この本では、そうした“数学” とりわけ狭い意味での“集合論 (集合論理学)” の内容に立ち入ることはせず、その基本的な成果だけを借用することにしよう。以下この本で

⁷ その意味では [数学的集合] とは [数の集合] にほかならない。[数学的集合] の代表形を列挙型で {a, b, c} などのように指定するとき、代表名として用いられている“a” や“b” はいずれも“数” を代表している。だからこそ、たとえば {a, a, b, b, c} のような [集合] は {a, b, c} と同一視されるのである。“a” や“b” が“物” を代表している場合には、そうはいかないだろう。

⁸ ここで“数学的对象” という言葉を使いたい誘惑にかられるが、[空集合] や [数]、あるいは [行列] や [群] や [関数] などのような“数学的システム” は、それらが“記号的対象” 化されている場合は別として、それら自体としては“対象界” には存在していない。それらが存在しているのは、まさに“システム界” のなかなのである。

とくに多用するのは、

- 1) [集合] 間の論理的関係としての [和集合] と [共通部分]
- 2) 1つの [集合] から派生するその [部分集合] と、それらの [部分集合の集合] と指摘 [ベキ集合]⁹
- 3) [集合] 間の [直積] と、 [直積の部分集合] としての [(数学的) 関係] あるいは [写像]

などだが、それらの解説も数学書に譲り、以下では読者が集合論の基礎知識をもっている
と想定して話を進めることにしよう。

¶ その種の難点の1つに、“自己言及のパラドックス”がある。“自己言及のパラドックス”は“命題論理”の領域でいえば、「私はうそつきだ」という [命題] の“真偽”は判定しようがないというパラドックスのことだが、“集合論理”の領域でいうと [自分自身を元とする集合] を考えるところからくるパラドックスだと解釈できる。[自分自身を元とする集合] とは、いったいどのような [集合] だろうか。

いま、ある [集合]、 $\{S\}$ があるとしよう。この $\{S\}$ それ自身を [元] とする [集合] を作れば、それは $\{\{S\}\}$ という [(メタ) 集合] になる。この $\{\{S\}\}$ は、 $\{S\}$ を元とする集合] ではあっても、[自分自身すなわち $\{\{S\}\}$ を元とする集合] ではないことは明らかである。

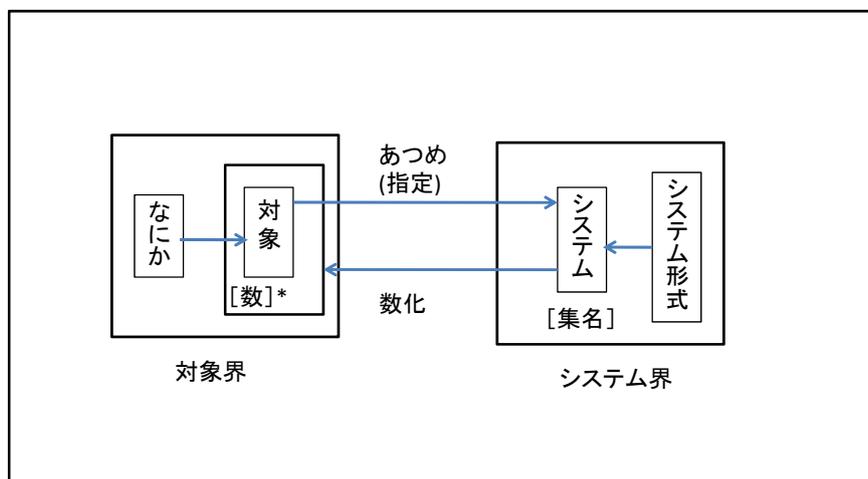
しかし、それでは、このような [ある集合それ自身を元とするメタ集合] を作る操作を無限に続けたとしたらどうなるだろう。そこにえられる [集合] をかりに $\{S^\infty\}$ と書くとしよう。それは、“S”の両側に無限個の集合記号がついている [集合] の略記形だとみなすことができる。しかし、ここで、 $\{S^\infty\}$ それ自身を [元] とする [集合] すなわち $\{\{S^\infty\}\}$ を考えるとしたら、それは $\{S^\infty\}$ と区別できるだろうか。略記形でない形に戻して考えるとすれば、 $\{\{S^\infty\}\}$ は“S”の両側に“無限大+1”個の集合記号がついている [集合] の略記形だとみなす他ないだろう。しかし、“無限大+1”はやはり“無限大”である。だとすれば、 $\{S^\infty\}$ と $\{\{S^\infty\}\}$ は事実上同一の [集合] を表していると解釈する他なく、結局 $\{S^\infty\}$ は [自分自身を元とする集合] だと結論せざるをえなくなる。いったんそれを認めると、[集合] には [自分自身を元とする集合] と [自分自身を元としない集合] があることも認めざるをえなくなる。その上で次に

⁹ [命題関係] の言葉でいえば、[部分集合] は、ある [前提関係] にとって [帰結関係] とみなせるような [命題関係] にあたるとみることができる。また [ベキ集合] は、各種の [命題関係] そのものを [元] とする [集合] に対応している。それぞれの命題が 2 値の [真偽値]、すなわち {真、偽} をもつ [2 項命題関係] の場合、[命題関係] の種類が $2^4=16$ 通りあったことから知られるように、それは 4 つの“セル”からなる 16 通りの“命題関係図”を、2 次元 2 値の [4 元集合] の [ベキ集合] とみなすことにひとしいのである。

[自分自身を元としない集合の集合] を考えると、その [元] の 1 つとして “自分自身” が入っていないことになり、パラドックスに陥ってしまうのである。このパラドックスを回避しようと思えば、“無限” の概念を放棄するか、[自分自身を元としない集合の集合] のような、[想像を絶するほど多くの (つまり大濃度の) 元をもつ集合] という概念を放棄するかのいずれかだろう。現代の集合論は、とりあえず後者を選んでいる。

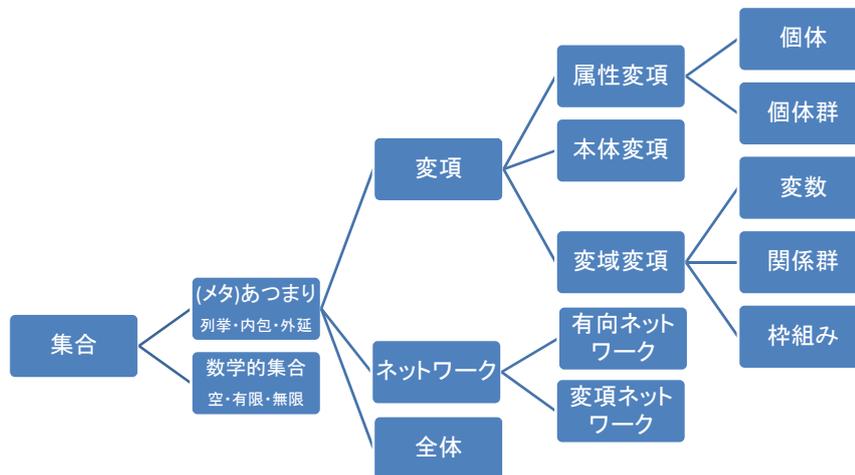
以上の議論を、前の 2 節と同様な形で図式化してみたものが、次の図 1.3-1 である。

図:1.3-1 あつまりとしてのシステム



“集合 (としてのシステム)” は、きわめて有用で広い応用範囲をもつシステム形式である。また、それに負けず劣らず有用な、いくつかの派生形をもっている。以下では、それらの派生形のうちの 3 つ、すなわち “変項”、“ネットワーク”、および “全体” と呼ぶことができるシステムをとりあげることしよう。なお [変項] 自体はさらに、[属性変項] と [(一般) 変項] に分けて考えることができる。それらはさらにより下位の形式に分けてみることもできる (表 1.3-1 を参照)。以下、まず [変項] から始めて、それらの諸形式について簡単な説明を加えてみよう。

表 1.3-1 集合・あつまりの諸形式



1.3.1 変項 “|”

1.3.1.1. 属性変項

いま、“交通信号機”と呼ばれる[本体]が、“信号の色”と呼ばれる[属性]をもっていると考えてみよう。しかし、[信号の色]は一定ではなく、[赤]や[青]や[黄]といったさまざまな[状態]あるいは[値]をとることができる。それらの[値]がとりうる範囲は、“信号の色の範囲”と呼ぶことができる1つの[あつまり]¹⁰すなわち

$$[\text{信号の色の範囲}] \Leftrightarrow \{\text{赤、青、黄}\} \quad (1.3.1.1-1)$$

によって表すことができるだろう。また、先にみた[命題]は、“真偽性”あるいは“真偽値”と呼ばれる[属性]をもっていたが、この属性も、[真]あるいは[偽]という2つの[値]のいずれかをとりうる想定されていた。したがって、[真偽値]という[属性]がとりうる[値]の範囲は、

¹⁰ ここで“集合”ではなく敢えて“あつまり”といったのは、“属性の値がとりうる範囲”を1つの[集合]とみなしたとしても、その[元]が存在しないケース、つまりそれが[空集合]であるケースは考えられないからである。また、それが[単元集合]であるケースは考えられるにしても、それなら単に“属性”と呼んでおけばよく、わざわざ“変項”と呼ばれるような別のシステムを導入する必要もないからである。

$$[\text{真偽値の範囲}] \Leftrightarrow \{\text{真、偽}\} \quad (1.3.1.1-2)$$

のような [あつまり] によって表せることになる。また、物理学では、[物質] という [本体] に対して [相] と呼ばれる [属性] を考え、その [相] 自体、{固体、液体、気体} という 3つの状態のいずれかをとりうると考える。すなわち、

$$[\text{相の 3 態}] \Leftrightarrow \{\text{固体、液体、気体}\} \quad (1.3.1.1-3)$$

のような [あつまり] が考えられているのである。

そこで、以下では、このようにさまざまに異なる [値] をとりうる [属性] のことを“属性変項”と呼び、それがとりうる [値] の範囲を表す [あつまり] のことは、“変域”と呼ぶことにしよう。そして [本体] を記号 “[m]” で、[属性変項] を記号 “[V]” で、[変域] を記号 “[v]” および “[v_a, v_b, …, v_z]” で包括的および具体的に表し、[属性変項] と [変域] とのあいだの“かかわり”は“変項記号 |”で表すことにすれば、“属性変項をもつ本体 M”とでも呼ぶことができるシステムの代表形は、システム化記号を省略して略記した形では

$$[\text{属性変項をもつ本体}] \text{の代表形} : [M] \Leftrightarrow [m/V|v \Leftrightarrow \{v_a, v_b, \dots, v_z\}] \quad (1.3.1.1-4)$$

のように表記することができる。ここで、大文字の“M”で“システム”そのものを表し、小文字の“m”でそのシステムの“本体名”を表すことにしたのは、実際問題として、この種のシステムの個別形の場合には、同一ないし類似の“名前”がシステム名と本体名とに用いられることが多いと思われるからである。すなわち、個別形の例としては、

[属性変項をもつ本体] の個別形 :

$$[\text{交通信号}] \Leftrightarrow [\text{信号機/信号の色|信号の色の範囲} \Leftrightarrow \{\text{赤、青、黄}\}] \quad (1.3.1.1-5)$$

$$[\text{命題}] \Leftrightarrow [\text{命題/真偽値|真偽値の範囲} \Leftrightarrow \{\text{真、偽}\}] \quad (1.3.1.1-6)$$

$$[\text{物質}] \Leftrightarrow [\text{物質/相|相の 3 態} \Leftrightarrow \{\text{固体、液体、気体}\}] \quad (1.3.1.1-7)$$

などをあげることができるだろう。

上の (1.3.1.1-4) 式からも明らかなように、[属性変項をもつ本体 (としてのシステム)] と [本体] そのものだけでなく、[変項] とその [変域] もまた、それぞれが別々のシステムなのだから、それらの“名前”も別々につけるのが当然である。しかし、ここでもまた、たとえば“真偽値”という“名前”をつけられている [変項] の [変域] が“真偽値の範囲”という類似もしくは同一の“名前”をつけられることになるのは、ほとんど必然といってよいだろう。そうだとすれば、この種のシステムの表記にさいしては、[変項] それ自

体の名前を〔変域〕の名前にも流用したり、〔変域〕の名前をとくに明記せず省略してしまったりすることも許されてよいだろう。あるいはまた、〔変域〕という〔あつまり〕の指定を列挙的に行なうことなしに、その“名前”を内包的に示すにとどめておくこともできるだろう。さらには、〔変域〕についてはとくに明示的に言及しないことさえ考えられる。それらの場合には、

〔属性変項をもつ本体〕の代表形：

$$[M] \Leftrightarrow [m/V | \{v_a, v_b, \dots, v_z\}] \quad (1.3.1.1-4a)$$

$$\Leftrightarrow [m/V | v] \quad (1.3.1.1-4b)$$

$$\Leftrightarrow [m/V |] \quad (1.3.1.1-4c)$$

や、

〔属性変項をもつ本体〕の個別形：

$$[\text{交通信号}] \Leftrightarrow [\text{交通信号機/信号の色} | \{\text{赤、青、黄}\}] \quad (1.3.1.1-5a)$$

$$\Leftrightarrow [\text{交通信号機/信号の色} | \text{信号の色の範囲}] \quad (1.3.1.1-5b)$$

$$\Leftrightarrow [\text{交通信号機/信号の色} |] \quad (1.3.1.1-5c)$$

$$[\text{命題}] \Leftrightarrow [\text{命題/真偽値} | \{\text{真、偽}\}] \quad (1.3.1.1-6a)$$

$$\Leftrightarrow [\text{命題/真偽値} | \text{真偽値の範囲}] \quad (1.3.1.1-6b)$$

$$\Leftrightarrow [\text{命題/真偽値} |] \quad (1.3.1.1-6c)$$

$$[\text{物質}] \Leftrightarrow [\text{物質/相} | \{\text{固体、液体、気体}\}] \quad (1.3.1.1-7a)$$

$$\Leftrightarrow [\text{物質/相} | \text{相の3態}] \quad (1.3.1.1-7b)$$

$$\Leftrightarrow [\text{物質/相} |] \quad (1.3.1.1-7c)$$

のようなさまざまな略記法が可能になる。

個体：特定の属性値をもつ本体

ここで、〔本体 m〕が1個の〔属性変項 V〕をもってはいるとみなせるものの、特定の“状況”のもとでは、その〔変域 v〕の中のある特定の〔値 v_s〕すなわち、

$$[v_s] \in [v \Leftrightarrow \{v_1, v_2, \dots, v_n\}] \quad (1.3.1.1-8)$$

しかとらないと考えられているものとしよう。このように、特定の“状況”のもとでは、

その [変域 v] の中のある特定の [値 v_s] しかとらない [本体 m] のことは、以下では“個体 (としてのシステム)”¹¹ と総称することにして、その代表形を、

$$\text{個体の代表形} : [M] \Leftrightarrow [m/V | v_s \in [v \Leftrightarrow \{v_1, v_2, \dots, v_n\}]] \quad (1.3.1.1-9)$$

あるいは単に

$$[M] \Leftrightarrow [m/V | v_s \in v] \quad (1.3.1.1-9a)$$

$$[M] \Leftrightarrow [m/V | v_s] \quad (1.3.1.1-9b)$$

のように表記することにしよう。また、その個別形の例としては

$$\begin{aligned} [\text{太郎}] &\Leftrightarrow [\text{太郎/身長} | 180 \text{ cm} \in [\text{身長} \text{の範囲} \Leftrightarrow \{100\text{cm}, 101\text{cm}, \dots, 220\text{cm}\}]] \\ &\Leftrightarrow [\text{太郎/身長} | 180 \text{ cm} \in \text{身長} \text{の範囲}] \\ &\Leftrightarrow [\text{太郎/身長} | 180 \text{ cm}] \end{aligned} \quad (1.3.1.1-10)$$

をあげることができる。

しかし、考えてみれば、[属性] の数を 1 つと限定する必要はない。より一般的には [本体] には複数の [属性] が付属していると考えの方が無理がない。そこで本体に付属している [属性変項] は、実は複数の [個別属性変項] の [あつまり] である。そこで、以下ではこの種の [あつまり] の包括的代表形は、ゴシック記号で示すことにしよう。すなわち

$$[V] \Leftrightarrow \{V^1, V^2, \dots, V^r\} \quad (1.3.1.1-11)$$

であって、それぞれの [個別属性変項 V^i] はそれ自身の [変域 v^i] すなわち、

$$[v^i] \Leftrightarrow \{v^i_1, v^i_2, \dots, v^i_{n_i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_i \quad (1.3.1.1-12)$$

をもっていると考え、それらの [直積] を個々の集合記号は略記した

$$\Pi_v \Leftrightarrow \{v^1 \times v^2 \times \dots \times v^r\} \quad (1.3.1.1-13)$$

で表し、数学的にいえば n 次元の [ベクトル] となるその [元] を、これまたゴシック表

¹¹ この“個体”という名前は後に、複数の属性変項をもつ [本体] に対しても拡張適用される。

記の $[\mathbf{v}_s]$ で表すならば、先の [個体] の拡張形として、

$$(\text{拡張}) \text{ 個体の代表形} : [M] \Leftrightarrow [nV | \mathbf{v}_s \in [\Pi_v]] \quad (1.3.1.1-14)$$

あるいは単に

$$[M] \Leftrightarrow [mV | \mathbf{v}_s \in \Pi_v] \quad (1.3.1.1-14a)$$

$$[M] \Leftrightarrow [mV | \mathbf{v}_s] \quad (1.3.1.1-14b)$$

という書き方ができることになるだろう。¹²

その場合の個別形の 1 例をあげるならば、

$$[\text{太郎}] \Leftrightarrow [\text{太郎} / \{\text{身長、体重、胸囲}\} | [180 \text{ cm}, 72 \text{ kg}, 102 \text{ cm}]] \quad (1.3.1.1-15)$$

のようなシステムが考えられることになる。

個体群と拡張個体群：特定の共通属性についてそれぞれ特定の値をもつ本体のあつまり

さらに、[本体] として、共通の [属性変項] をもつ複数の [個体] の [あつまり] をとってみよう。そして、それらの [個体] の [属性値] は、互いに異なっている必要はないものの、それぞれ 1 個しかありえないと考えてみよう。その場合には、このような [あつまり] のことは“個体群としてのシステム \mathbf{M} ”と総称できるだろう。(ここでも、1 個の [個体] と [個体群] とを記号上区別するために、後者はゴシック表記することにしよう。) その例としては、[社員の給与]、[生徒の身長]、[県民所得] などがあげられる。

ここで、[個体群 \mathbf{m}] に属する [個体 m_i] の数は n 個、[属性変項 V] の [変域 v] の [値 v_j] の数は m 個だとしよう。その場合には、[個体群 \mathbf{m}] は

$$[\mathbf{m}] \Leftrightarrow \{s_1, \dots, s_n\} \quad (1.3.1.1-16)$$

と、[変域 v] は

$$[v] \Leftrightarrow \{v_1, \dots, v_m\} \quad (1.3.1.1-17)$$

¹² さらに、(拡張) 個体の [属性値] も、1 個とはかぎらず複数個ありえると考えれば、[属性値 \mathbf{v}_s] は、[直積 Π_v] の [部分集合] であるか、または [直積 Π_v] の [ベキ集合の元] であることになる。

と書くことができる。そして、それぞれの [個体 s_i] とその [属性値 v_i] との関係は、“一覧表”の形に整理できるような、[\mathbf{m}] から [\mathbf{v}] への [写像 Φ] として示せるだろう。この [写像 Φ] を記号 “[Φ] \Leftrightarrow [$\mathbf{m} \xrightarrow{\Phi} \mathbf{v}$]” で具体的に示すならば、“個体群としてのシステム \mathbf{M} ” の包括的および具体的代表形は、

$$\begin{aligned} \text{個体群としてのシステムの代表形：} & [\mathbf{M}] \Leftrightarrow [\mathbf{m}/V|\mathbf{v}; \Phi] \quad \text{ただし、} \\ & [\mathbf{m}] \Leftrightarrow \{m_1, \dots, m_n\}, [\mathbf{v}] \Leftrightarrow \{v_1, \dots, v_m\}, \\ & [\Phi] \Leftrightarrow [\mathbf{m} \xrightarrow{\Phi} \mathbf{v}] \end{aligned} \quad (1.3.1.1-18)$$

のように示すことができる。

また、その個別形の例としては、

$$[\text{社員の給与}] \Leftrightarrow [\text{社員たち/給与 | 給与の範囲、給与一覧表}] \quad (1.3.1.1-19)$$

$$[\text{生徒の身長}] \Leftrightarrow [\text{生徒たち/身長 | 身長の範囲、身長一覧表}] \quad (1.3.1.1-20)$$

$$[\text{県民所得}] \Leftrightarrow [\text{都道府県/所得 | 所得の範囲、所得一覧表}] \quad (1.3.1.1-21)$$

$$[\text{ウチの家族の性別}] \Leftrightarrow [\{\text{パパ、ママ、ボク}\} / \text{性別} | \{\text{男、女}\}, \{(\text{パパ} \rightarrow \text{男}), (\text{ママ} \rightarrow \text{女}), (\text{ボク} \rightarrow \text{男})\}] \quad (1.3.1.1-22)$$

などをあげることができるだろう。

もちろん、ここでもまた、複数の [属性変項] をもつ [(拡張) 個体群] が考えられることはいうまでもなく、その場合には

$$\begin{aligned} \text{(拡張) 個体群の代表形：} & [\mathbf{M}] \Leftrightarrow [\mathbf{m}/V|\Pi \mathbf{v}^i; \Psi] \quad \text{ただし、} \\ & [\mathbf{m}] \Leftrightarrow \{m_1, \dots, m_n\}, \\ & [V] \Leftrightarrow \{V^1, V^2, \dots, V^r\}, \\ & [\mathbf{v}^i] \Leftrightarrow \{v^i_1, \dots, v^i_{m_i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ & [\Pi \mathbf{v}^i] \Leftrightarrow \{\mathbf{v}^1 \times \mathbf{v}^2 \times \dots \times \mathbf{v}^r\}, \\ & [\Psi] \Leftrightarrow [\mathbf{m} \xrightarrow{\Psi} \Pi \mathbf{v}] \end{aligned} \quad (1.3.1.1-23)$$

のような書き方ができるだろう。

1.3.1.2. 本体変項

話がここまで進んだところで、もう一度最初の [あつまり] に立ち戻ってみよう。それがたとえば列挙型の [あつまり] ならば、その代表形は、

$$[G] \Leftrightarrow (a, b, c, \dots, z) \quad (1.3-7)$$

のような形で表現されていた。だが、[変項] というシステム形式の観点から見直せば、この式は、“G” を変項名とし、“(a, b, c, …, z)” をその [変域] とする一種の [変項] を意味しているとも解釈できる。すなわち、この式は [本体] そのものが [変項] とみなされている

$$[G | \{a, b, c, \dots, z\}] \quad (1.3.1.2-1)$$

のような式に書き直すことができる。同様に、個別形の例でいえば、先の (1.3-13) 式は、

$$[3 \text{ 兄弟} | \{\text{太郎、二郎、三郎}\}] \quad (1.3.1.2-2)$$

のような書き換えが可能になる。以下では、この種の [変項] のことを“本体変項”と呼ぶことにしよう。

1.3.1.2. 変域変項

他方、先の (1.3.1.1-4)～(1.3.1.1-4c) 式の右辺から、“本体名 m” と“属性記号 l” を取り除いてみると、

$$[V | v \Leftrightarrow \{v_a, v_b, \dots, v_z\}] \quad (1.3.1.2-1)$$

あるいはそのさまざまな略記形としての

$$[V | \{v_a, v_b, \dots, v_z\}] \quad (1.3.1.2-1a)$$

$$[V | v] \quad (1.3.1.2-1b)$$

$$[V |] \quad (1.3.1.2-1c)$$

などのようなシステムがえられる。ここでの“[V|]”は、[本体] に付属していないというか、[本体] がとくにそれとして指定されていないような [変項] を表していると解釈できるだろう。以下では、この種の [変項] のことは“変域変項”あるいは単に“変項”と呼ぶことにしよう。(ただし“変項”という名前自体は、すでにみた“属性変項”や“本体変項”なども含めた総称としても使ってよいことにしよう。)

変数

とはいえ、実際問題としては、[本体] をもたない [変項] を考えることは困難で、単に

“変項”といえば、通常は“属性変項”か“本体変項”のことを指しているとみてよいだろう。その重要な例外が、[数学的集合]を[変域]とする[変項]の場合であって、しかも[変項]や[変域]の“特個名”として同一の“名前”——たとえば、“1から100までの整数”とか“偶数”とか“非負の実数”などといった——が使われている場合である。数学者はこの種の数学的システムのことを“変数”と総称しているので、私たちもその用語法を借用して、この種の[変域変項]のことは、とくに“変数”という名前で呼ぶことにしよう。¹³

変項の値の範囲

さて、“変項としてのシステム”においては、[変項]のとりうる[値]の範囲、つまりその[変域]の[元]の数は、最低限2つあればよく、それ以上ならいくつあってもよい。数学者なら、値が1つしかないか、あるいはそもそも存在しないような[変数]も許容するかもしれないが、ここではそれは認めないことにしよう。他方、[変域]として無限に異なる[値]のあつまりをもつ[変項]は、当然考えうるとしておこう。しかし、実際問題としては、[値]の種類が2あるいは3にすぎない[変項]が考えられているケースは、科学、とりわけ社会科学の世界ではきわめて多い。

いうまでもないが、[変項]の[値]は、なんらかの[まとまり]であればよく、[数値]である必要はない。異なる[値]に順序がついている必要もない。とりあえずは、それらが互いに異なる[名前]として識別可能であって(記号表現として)異なっていれば足りる。先に(交通信号機の)[信号の色]という特個名をもつ[属性変項]の[値]として、[赤]と[青]と[黄]の3つを考えたのはその一例である。あるいはまた、ある[値]を“取っている”か“取っていない”か、あるいはある特定の[属性]を“もっている”か“もっていない”かを、{Yes, No}、{有、無}、{真、偽}のような[変域]を使って、質的な差異として示すこともできる。

しかし、質的な差異として記号化された[変域]は、[数学的集合]を使った量的な差異として記号化することもできる。[信号の色]の場合でいえば、その変域を{赤、青、黄}で示す代わりに、{1, 2, 3}で示したとしても、2つの[集合]の間の対応関係が明確であるかぎり問題はないだろう。後者の場合には、{0, 1}という[数学的集合]を、{有、無}や{真、偽}のような[値のあつまり]の代用物として使うことも、当然許されてよいだろう。また、なんらかの[配列]、とりわけ“対立”ないし“対置”型の[配列]を[変域]とする{泣き、笑い}、{白、黒}、{大、小}、{左、右}、{上、下}、{+、-}のようなケースは、{-1, +1}のような[数学的集合]で代用できる。“対立の中間”の可能性を考慮に

¹³ “変項”という名前は、“論理的システム”への適用を念頭において、論理学者が主として使っている名前である。ここでは、数学者の使う“変数”という名前が“数学的システム”への適用を念頭において数学者が主として使っている名前であることに留意しつつ、両者を統合してみた。これに対し、物理学者は“変量”という名前を使うことが普通だが、これは、後述する“物理的システム”への適用が念頭にあるからだろう。

入れた 3 値の [配列] 型の [変域]、すなわち {大、中、小}、{右、中、左}、{松、竹、梅}、{特、上、並} などは、{-1、0、+1} のような [数学的集合] で代用できる。[元] の数が 5 つとか 10 あるいはそれ以上になっていくと、[変域] として [数学的集合] を使う方が圧倒的に便利になる。たとえば、

[(日本の小学校の) 一学級あたり生徒数 | {1 人、2 人、...、40 人}]

(1.3.1.2-2)

[(世界各国民の) 1 人あたり米ドル換算年間所得 | {50 ドル、51 ドル、...、10 万ドル}]

(1.3.1.2-3)

[(日本で販売されている書籍の) 年間販売冊数順位 | {1 位、2 位、3 位、...}]

(1.3.1.2-4)

のような [変項]¹⁴ の [変域] はすべて、有限個の [整数] からなる [数学的集合] によって代用できる。さらに、無限個の [元] をもつ [変域] となると、もはや [数学的集合] 以外に考えようがないだろう。

恐らく、[数学的集合] が認識のツールとしてもつ最大の有用性の 1 つは、それが上にみたような意味で、任意の [変項] の [変域] として代用できる点にあるだろう。それを通じて [数学的集合] は対象界に具象化していけるばかりか、“世界の本質は数だ” といった世界観をより積極的に根拠づけることさえ可能になっていくのである。

関係群

先の 1.2.3 節で [命題関係] のさまざまな種類——たとえば [2 項命題関係] には 16 通りのものであった——について述べたときに、すでに事実上考慮に入れていたところだが、[まとまり] としての [本体] や [属性] だけでなく、[かかわり] すなわち [関係] もまた、“変項化” することができる。そうした観点からすれば、そのさまざまな種類を考慮することができるある 1 つの [関係] は、それを“変項名” とする“変域変項” だという解釈が可能になる。

たとえば、[A] と [B] のふたりが並んで立っているという [配列] 型の [関係] は、それに

{両者間の距離} \Leftrightarrow {1cm, 2cm, ..., 1m}

(1.3.1.2-5)

のような [変域] を追加することによって、[変域変項] とみなすことが可能になる。形式的には、それは、たとえば

¹⁴ ここで“()”に入っているのが、これらの [属性変項] の“本体名”にあたる名前である。

$$[\text{並んで立つ 2 人} \mid \text{両者間の距離} \Leftrightarrow \{1\text{cm}, 2\text{cm}, \dots, 1\text{m}\}] \quad (1.3.1.2-6)$$

のような個別形や

$$[[A \sim B] \mid r \Leftrightarrow \{r_1, r_2, \dots, r_n\}] \quad (1.3.1.2-7)$$

のような代表形で示せるだろう。上の式で記号“ r ”は先の(1.3-7)式にいう、関係の“集名”——たとえば先の1.2.4節でみた“2項命題関係群”——を表し、記号“ $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ ”は、当該“集”に属する[関係]の[あつまり]——たとえば“ $A \textcircled{1} B$ ”や“ $A \textcircled{16} B$ ”など——を表している。その意味では、[変域変項]と解釈された[関係]のことは、“関係群 \mathbf{R} ”という包括的代表名で総称することができるだろう。すなわち、先の式(1.3.1.2-7)は、

$$[\text{関係群 } \mathbf{R}] \Leftrightarrow [[A \sim B] \mid r \Leftrightarrow \{r_1, r_2, \dots, r_n\}] \quad (1.3.1.2-8)$$

と書くことができるのである。

枠組み

[変域変項]を拡張したシステム形式であって、一般認識学にとっての応用範囲のきわめて広いものが、[枠組み \mathbf{F}]の形式である。それは、複数の[変域変項]の[変域]の[直積]を——あるいは場合によっては[直積]の[ベキ集合]を——それ自身の[変域]としてもっているシステムである。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{枠組みとしてのシステムの代表形} : [\mathbf{F}] &\Leftrightarrow [\mathbf{V} \mid \Pi_{\mathbf{v}}] \\ \text{ただし、} [\mathbf{V}] &\Leftrightarrow \{V^1, V^2, \dots, V^r\}, \Pi_{\mathbf{v}} \Leftrightarrow \{v^1 \times v^2 \times \dots \times v^r\}, \\ [\mathbf{v}^i] &\Leftrightarrow \{v^i_1, v^i_2, \dots, v^i_{n_i}\} \end{aligned} \quad (1.3.1.2-9)$$

のような代表形をもつシステムが、ここでいう[枠組み]に他ならない。後述するように、この“枠組みとしてのシステム”の形式は、この本の第一部で扱う[存在システム]と第二部で扱う[物体システム]との間をつなぐような重要な意味をもっている。だがそれについては、章をあらためて述べることにして、ここではとりあえずその個別形の例として、

$$\begin{aligned} [\text{商品市場の枠組み}] &\Leftrightarrow [\{\text{価格、取引量}\} \mid \{\text{価格の変域} \times \text{取引量の変域}\}] \\ [\text{植物群系の枠組み}] &\Leftrightarrow [\{\text{年平均気温、年平均降雨量}\} \mid \{\text{気温の変域} \times \text{降雨量の変域}\}] \end{aligned} \quad (1.3.1.2-10)$$

の2つをあげるだけにとどめておこう。¹⁵

1.3.2. ネットワーク

[集合] あるいは [あつまり] の2つめの亜種として、“ネットワーク” と総称できるタイプのものを考えてみよう。[ネットワーク] は、いろいろな観点から定義してみることができるが、もっとも簡明な定義は、“リンクの集合 \mathbf{L} ” というものだろう。その場合、個々の [リンク L_i] は n 本あるものとして、それらを列挙型で指定するならば、[ネットワーク] の代表形としては

$$[\text{ネットワーク}] \text{ の代表形 : } [\mathbf{L}] \Leftrightarrow \{L^1, \dots, L^n\} \quad (1.3.2-1)$$

がえられる。

しかし、これではあまりにそっけない。1.2.2 節ですでに説明したように、[リンク] の“両端” には2つの [ノード] が [組] となって付属している。それらの [2つのノードの組] は、[リンク] という [本体] がもっている属性だとみなせることはすでに述べた通りである。[ネットワーク] の定義には、[リンク] がもっているこの性質が明示的に組み込まれていることが望ましい。そこで、それぞれの [リンク] に付属している [2つのノードの組] を、なんらかの [属性変項] の [値] とみなす観点を採用してみよう。すなわち、 m 個の [ノード n_i] のあつまりを

$$[\mathbf{N}] \Leftrightarrow \{n_1, \dots, n_m\} \quad (1.3.2-2)$$

で表し、[\mathbf{N}] のそれ自身との [直積] を $\{N \times N\}$ で表し、これが、“ノード対 N_i^j ” と呼ぶことができる [属性変項] の [変域] となっていると解釈してみよう。その場合には、任意の [リンク L_i] に付属している [2つのノードの組] は、この [直積] の [元] として表すことができる。したがって、それらの全体は、(1.3.2-1) 式の形で指定された [リンクの集合 \mathbf{L}] から $\{N \times N\}$ への [写像 Γ]、すなわち $[\mathbf{L} \xrightarrow{\Gamma} [N \times N]]$ として定義できるだろう。そこでこの [写像 Γ] をも “ネットワークとしてのシステム” の形式の一部として追加すると同時に、そのようなシステムそれ自体の代表名も “ \mathbf{W} ” で示すことにするならば、その代表形は

¹⁵これらの枠組みのより詳しい説明は次章で行う。“植物群系” とは、{ツンドラ、針葉樹林、広葉樹林、草原、砂漠、熱帯雨林} のような植生単位のあつまりをいう。

[ネットワーク] の代表形： $[W] \Leftrightarrow [L/N_{ij} \mid [N \times N] ; \Gamma]$ ただし

$[L] \Leftrightarrow \{L^1, \dots, L^n\}$ 、 $[N] \Leftrightarrow \{n_1, \dots, n_m\}$ 、

$[\Gamma] \Leftrightarrow [L \xrightarrow{r} [N \times N]]$

(1.3.2-3)

のように表記しなおすことが可能になる。このように書き直してみると、[ネットワーク] というシステム形式は、先に (1.3.1.1-23) 式として示した [(拡張) 個体群] としてのシステム形式と、事実上同一であることがわかる。つまり、ここでいう [ネットワーク] は、[2つのノードの組] という [属性] をもつ [個体] としての [リンク] からなる [個体群] だと解釈できるのである。[リンク] を [個体] とみなすことに抵抗を覚える読者もいるだろうが、[リンク] を“かかわり (関係)”が“物化”した存在と見る観点からすれば、別に奇異なところはない。

これに対し、[リンク] ではなしに [ノード] を出発点として [ネットワーク] を定義する、別の観点ももちろんありうる。すなわち、[ノードの集合 N] とそれ自身への [直積 $N \times N$] をまず与えた上で、その [部分集合] として [リンクの集合 L] を定義するのである。そうすると、

$[W] \Leftrightarrow [N; L \subseteq [N \times N]]$ ただし

$[N] \Leftrightarrow \{n_1, \dots, n_m\}$ 、 $[L] \Leftrightarrow \{L^1, \dots, L^n\}$

(1.3.2-4)

のような表記法が可能になる。この観点からすれば、個々の [リンク] は、まさに [ノード] 間の“かかわり (関係)”そのものとみなされていることになる。つまり、ここでは [リンク] は“事化”して捉えられているのである。したがって、この第2の観点からする [ネットワーク] は、[ノードの集合] と [ノード間関係の集合] を合わせたものと解釈できることになる。¹⁶

しかし、もう一歩進んで、[リンク] を、[リンクの有無] と呼ばれる [変域] をもつ [属性変項] とみなすことも考えられる。つまり、[本体] としての [ノード対の集合 N_{ij}] が [リンク L] と呼ばれる [属性変項] をもち、この [属性変項] 自体は、[リンク] が存在していれば“有”あるいは“1”という [値] をとり、存在していなければ“無”あるいは“0”という [値] をとる [二値変域] をもつと見え、個々の [ノード対] がもつ [リンクの有無] の [値] は、[ノードの直積] からこの [二値変域] への [写像 Δ] として与えられるとするのである。その場合には、[ネットワーク] の代表形は

$[W] \Leftrightarrow [N_{ij}/L \mid [1 \Leftrightarrow \{0, 1\}] ; \Delta]$ ただし

¹⁶ これは後述する“全体”に他ならない。

$$\begin{aligned}
[N_{ij}] &\Leftrightarrow \{n_i \sim n_j\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
[\Delta] &\Leftrightarrow [[N \times N] \xrightarrow{\Delta} 1]
\end{aligned}
\tag{1.3.2-5}$$

のような形をとることになるだろう。

このようにみえてくると、結局、[ネットワーク]の代表形としては、(1.3.2-3)式のような[リンク]中心の形式と、(1.3.2-5)式のような[ノード]中心の形式の2つが考えられることになる。前者が[リンク]あるいは[ネットワーク]そのものを“物”としてみるアプローチであるのに対し、後者はそれらを“事”としてみるアプローチだといえる。そして、後述するネットワークの“グラフ表記”は前者のアプローチと、“行列表記”は後者のアプローチと、親和性が高いといえるだろう。

なお、[リンク]に[有向リンク]があったように、[ネットワーク]にも[有向ネットワーク]を考えることができることはいうまでもない。また、数学者は[ネットワーク]のことを[グラフ]という別名でも呼んでいるが、先の(1.3.2-3)において、[変域]として $[N \times N]$ でなく $[N]$ を2つの[部分集合]、 $[N_1]$ と $[N_2]$ に“分割”して作った[直積]、すなわち $[N_1 \times N_2]$ に対して $[L]$ からの[写像]を定義した形の場合は、“2部グラフ”と呼ばれている。

また[リンク]も[関係]の一種であることに留意すれば、[リンク]を、上にみたような“リンクの有無”と呼ばれる[2値変域]ではなく、[リンクの値]と呼ばれる[n値変域]をもつ[変項]とみなすことで、“変項リンクネットワーク”とでも総称することができる[ネットワーク]の種類を考えてみることも可能になる。さらに、[ノード]もまた、1.1.3.1節でみた[個体群]ないし[（拡張）個体群]として変項化することができるものとするれば、[リンク]と[ノード]がともに[変項]となっている[変項ネットワーク]も考えられる。さらにその先には、[リンク]も[ノード]も複数の[属性変項]の[本体]となっていると解釈できるような、[拡張変項ネットワーク]も考えられるだろう。たとえば、[人口]や[面積]、[経済規模]のような複数の[属性変項]をもつ[ノード]としての[都市]が、[都市間距離]や[都市間交通量]のような複数の[属性変項]をもつ[リンク]としての[ハイウェー]によってつながれている、[拡張変項ネットワーク]としての[都市ネットワーク]は、その一例である。一般認識学にとっては、[ネットワーク]とりわけ[拡張変項ネットワーク]としてのシステム形式は、先に挙げた[枠組み]としてのシステム形式にならぶ重要性をもっている。

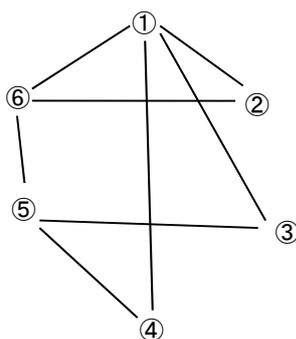
だが、[グラフ]や[2部グラフ]の説明も含めて、“ネットワーク論”すなわち、これら各種の[ネットワーク]の分類やそれらの特徴についての議論や、[ネットワーク]相互間の“論理的関係”についての議論は、それを専門に扱っている解説書に委ねることにして、ここでは、これらの[ネットワーク]のいくつかの代替的な表記の仕方を手短かに示すだけ

にとどめておこう。

ネットワークのグラフ表記

ネットワークの [グラフ] としての表記は、平面上に適当にちらばらせた [ノード] —それらを“①”や“②”のような記号で示す—を互いに結びつけている [リンク] —それらを“直線”で示す—によって行うことができる。たとえば下の図 1.3.2-1 は、6 個の [ノード] を結びつけている 8 本の [リンク] からなる [ネットワーク] を表している。

図1.3.2-1 ネットワークのグラフ表示



この種の [グラフ] の場合、各 [リンク] の名前なり番号なりをその脇に付記してもよい。また、同じ2つの [ノード] が 2 本以上の [リンク] によってつながれているケースや、1本の [リンク] が同じ1つの [ノード] に“フィードバック”して“ループ”を形作っているケースを許容してもかまわない。[有向ネットワーク] の場合は、[リンク] に矢印をつけて方向性を示すことができるし、[変項ネットワーク] の場合は、図が多少煩雑になることをがまんすれば、各 [ノード変項] や [リンク変項] の [値] を、図に付記してやることもできる。さらに [2 部グラフ] の場合には、異なる部分集合に属する [ノード] については、その位置もしくは記号を違えて示すことができる。たとえば一方を上を集め他方を下を集めるとか、一方を“○”印で示し他方は“□”印で示すなどである。下の図 1.3.2-2 および 1.3.2-3 はその例である。

図1.3.2-2 二部グラフの表示: その1

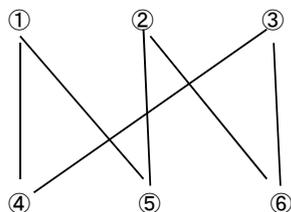
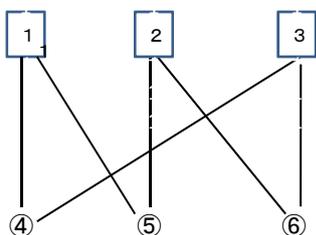
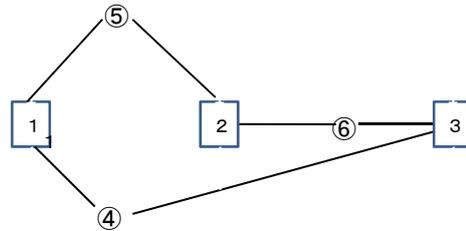


図1.3.2-3 二部グラフの表示: その2



しかし、図 1.3.2-3 のように、[ノード] の種類によってその記号を変えるのであれば、それらの空間的配置は自由であってかまわない。たとえば、図 1.3.2-3 について、[ノード] の配置を動かしてみると、同じ 2 部グラフが図 1.3.2-4 のように表示される。

図1.3.2-4 二部グラフの表示:その3



2部グラフのこのような表示法は、後の2.3.1節で、連立方程式の“構造”を示すグラフとして利用される。

ネットワークの行列表記

次に、ネットワークを“行列”として表記する仕方について説明しよう。

n 個の [ノード] の [直積] は、 $n \times n$ の [正方行列] として示すことができるが、ここで、2つの [ノード]、たとえば n_i と n_j を結ぶ [リンク] が存在する場合には、それに対応する行列の [元] の [値] を “1” とし、存在しない場合には “0” とすることによって、[グラフ] を [行列] に置き換えることができる。同様に、“1” か “0” の [元] をもつ [正方行列] は、[グラフ] に置き換えることができる。[リンク] に方向性がない場合には、[行列] は [対称行列] になる。[有向ネットワーク] の場合には、たとえば [行列] の [行] を [リンク元ノード]、[列] を [リンク先ノード] として指定することで、両者の相互置き換えが可能になる。[変項ネットワーク] の場合には、[正方行列] の対角線に [ノード変項] の [値] を記入し、[リンク] に対応する元に、これまでの “1” の代わりに [リンク変項] の [値] を記入することで、それに対応する [変項値行列] がえられることになる。たとえば、先の図 1.3.2-1 に示された [グラフ] に対応する [0-1 正方行列] は、下の図 1.3.2-5 のようになる。

図 1.3.2-5 ネットワークの行列表記

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

なお、[ネットワーク]には、“格子”型や“トリー”型のものもあることはよく知られているが、それらの説明や表記については、ネットワーク理論の解説書にゆずることにしよう。

1.3.3 全体 □

[あつまり]の形式の最後のものとして、“全体としてのシステム”と呼ぶことができるシステム形式について考えてみよう。“全体と部分”あるいは“全体と要素”という“対概念”はだれにとってもなじみ深い概念だろう。しかし、“全体”を“部分”ないし“要素”のたんなる“あつまり”とみるだけならば、“全体”は“あつまり”の、“部分”ないし“要素”は“元”の、それぞれ“別名”にすぎないことになり、とくにシステム形式として区別する必要はないだろう。そこで、「全体は部分の総和以上のものだ」と考えることで、“あつまりとしてのシステム”とは異なるシステム形式としての“全体としてのシステム”の導入を正当化しようとする見方がでてくる。

それでは、[全体]は、どのような意味で、[部分]ないし[要素]の“総和以上のもの”だということができるだろうか。それには、2つの解釈が考えられる。

その1つは、「要素と要素間の関係からなる全体」という解釈である。いま、[n個の要素のあつまり]を記号“[e]”および“{e₁, e₂, ..., e_n}”によって、包括的および具体的に代表させよう。すなわち、

$$[e] \Leftrightarrow \{e_1, e_2, \dots, e_n\} \tag{1.3.3-1}$$

である。また要素間の関係としては、とりあえず2つの異なる要素、[e_i]と[e_j]のあいだの関係、すなわち[e_i~e_j]だけを考えることにして、その集合を記号“[e_{ij} ⊂ [e×e]]”で示すことにしよう。また、“全体としてのシステム”すなわち略記すれば[全体]は、記号“W”で包括的に、記号“□”で具体的に示すことにしよう。その場合には、個々のシステム化記号は可能な限り省略した、

全体としてのシステムの代表形： $[W] \Leftrightarrow [e, e_{ij}]$

ただし、 $[e] \Leftrightarrow \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

$[e_{ij}] \Leftrightarrow [\{e_i \sim e_j\} \subseteq [e \times e]]$, $1 \leq i, j \leq n$, $i \neq j$ (1.3.3-2)

のような表記が可能になるだろう。¹⁷ しかし、これはまさに先に「ネットワーク」の定義の1つとして示した(1.3.2-4)式そのものである。つまり、「要素と要素間の関係からなる全体」とは、それ自体「ネットワーク」に他ならないのである。これでは、「全体としてのシステム」の形式を「ネットワークとしてのシステム」の形式とは異なるシステム形式とみなす意味がない。「全体」という“形式”を「ネットワーク」という“形式”は異なるシステムだとみなすためには、さらに新たな“内容”の追加が必要不可欠である。

単なる「あつまり」や「ネットワーク」とは形式として異なる「全体」を考えるとすれば、それは、「全体」がその「部分」とは区別されるような独自の“存在性”——それ自身の“名前”や“属性”¹⁸のような——をみずからの内に備えている場合だろう。その場合の“全体”およびその“名前”は、“全体としてのシステム”およびその“名前”とは質的に区別されていなければならないだろう。でないとたちまち“自己言及のパラドックス”に陥ってしまうことは明らかだからである。それはいってみればそれ自体が“全体としてのシステム W ”の1つの“部分”、それもその他の“諸部分”とは質的に異なるような“部分”でなくてはならない。以下ではそれを“全体の本体”と呼び、記号“ w ”によって示すことにしよう。(これに対し、“ W ”の方には、“全体としての全体”という“別名”を与えることで、両者の区別をより鮮明にすることもできるだろう。)そして「全体の本体 w 」に付属している「属性」のことは“全体属性”と呼び、記号“ w_p ”で表すことにしよう。¹⁹ さらに、このような形で導入された「[の全体の本体 w]」とそれ以外の「[部分の集合 e]」との間の“関係”のことを“階層関係”と総称することにして、記号“ \gg ”で代表させることにしよう。その場合には、“全体としてのシステム”は、いまや次のような代表形によって定義することが可能になる。

“全体としてのシステムの代表形”： $[W] \Leftrightarrow [w/w_p, e, e_{ij}; [w \gg e]]$ (1.3.3-3)

¹⁷ このような「要素と要素間の関係からなる全体」という見方は、“システム一般”の定義とされることも多い。しかし、これまでの各種のシステムの説明からも明らかのように、それは“システム”の定義としては特殊にすぎる。

¹⁸ いってみれば、それは「全体」のレベルで初めて出現する“創発属性”である。

¹⁹ 「全体属性」は複数個あってもよく、さらに「属性変項」であってももちろんさしつかえないが、ここでは式の表現を簡単にするために1個の属性だけを考えておく。同様に、「部分」もまた、それ自身の「本体」と「属性」ないし「属性変項」とをもつような「個体」であってさしつかえないが、ここではその点も無視しておく。

このように定義された「全体」は、普通の言葉でいえば、「階層関係にある本体と部分、および部分間関係のあつまり」ということができるだろう。では、その個別形はどのように示せばよいだろうか。

その例をいくつかあげてみよう。

“全体としてのシステム”の個別形：

[全体としての分子] ⇔ [本体としての分子、{分子を構成する原子}、{それらの原子間の関係}； [分子]⇨原子]] (1.3.3-4)

[日本国] ⇔ [国、{地方}、{地方間関係}； [国]⇨地方]] (1.3.3-5)

[全体としての時計] ⇔ [本体としての時計、{時計の部品}、{それらの部品間の関係}； [時計]⇨部品]] (1.3.3-6)

とはいえ、実際問題としては、この種の個別形の場合、「全体としての全体」の“名前”と「本体としての全体」の“名前”が厳密に使い分けられていることはほとんどないだろう。²⁰しかし、一般認識学の立場からすれば“自己言及のパラドックス”に陥らないためにも、両者の区別を明確にしておくことが大切だといわなくてはならない。

“全体としてのシステム”に含まれている“全体の本体”と“(その他の)部分”との間の階層関係は、“部分”と“部分の部分”の間や、“部分の部分”と“部分の部分の部分”の間等々の階層関係に拡張していくことができる。また“階層関係”がある種の“関係”の総称だとすれば、“階層関係”それ自体にさまざまな下位の種類のものを考えることもできる。

第一章のまとめ

ここで、これまでの議論をふりかえってみよう。私たちは、“対象界”のなかのなんらかの“対象”に注目して、これをなんらかの“システム形式”の“内容”として“システム化”する一方で、そこに生成する“システム”を再び当の“対象”の上に投げ返すことで

²⁰ それどころか、この両者の事実上の同一視は、私たちが日常的に行っていることである。たとえば私たちは、一方では“国対地方”といういい方で“国”と“地方(自治体)”を対置する一方で、その両者を共に“部分”として含むより大きな“国”という観念をもっている。つまり、同じ“国”ということだが、2つの異なる意味に使い分けられているのである。その結果、うっかりすると、“国”は、“自分自身を要素とする全体”、すなわち“自分自身をその元とするあつまり”の一種だともみられかねないことになる。とはいえ、“全体”の“全体”たるゆえんは、まさにそれが、このような“自己言及のパラドックス”に陥りかねない危うさというか両義性をもった概念であるところにあるのかもしれない。そして、[社会システム]のなかには、まさにこの両義性を巧みに利用して作られているものが少なくないように思われる。この点は、のちに“社会システム”の形式を議論するさいの重要な論点の1つになるだろう。

それを“具象化”した。その場合のシステム形式の基本的なものとしては、[まとまり]と[かかわり]と[あつまり]の3つが考えられた。

[まとまり]は、[名前]という包括的代表形と[a]のような具体的代表形とをもち、その“普遍名”が“物”だとされた。つまり、[物]はもっとも普遍的な[まとまり]であって、すべての“対象”はなんらかの[物]*として具象化(物化)すると考えられた。これが“物的世界観”だった。

[かかわり]は、[命題]という包括的代表形と[a~b]のような具体的代表形とをもち、その“普遍名”が“事”だとされた。つまり、[事]はもっとも普遍的な[かかわり]であって、すべての“対象”はなんらかの[事]*として具象化(事化)するとも考えられた。これが“事的世界観”だった。

[あつまり]は、[集合]という包括的代表形と{a, b, ..., z}のような具体的代表形とをもち、その“普遍名”が“数”だとされた。つまり、[数]はもっとも普遍的な[あつまり]であって、すべての“対象”はなんらかの[数]*として具象化するとも考えられた。これが“数的世界観”だった。

ここで、[物]*と[事]*と[数]*の3つを、あらためて“存在”と総称することにしよう。このことばを使っていえば、第一章は、[存在]を認識するための3つの基本形式を示すと同時に、[存在]間の相互関係としての“論理”——“名前論理”、“命題論理”、および“集合論理”(ないし“数の論理”)の入り口にもふれたことになる。そうした“論理”をそのものとして研究する“学”が、“論理学”や“数学”であることはいままでもないだろう。

[存在]という総称がとくに不自然に感じられないとすれば、そのことは、上の3つの“世界観”が、相互に背反的なものではなく、対象界に対して補完的あるいは複合的に適用することが可能なことを意味しているだろう。[まとまり]の形式のなかに[かかわり]や[あつまり]の形式が含まれたり、[かかわり]や[あつまり]の形式のなかに[まとまり]や[あつまり]の形式が含まれたりすることにはなんの問題もないのである。とはいえ、現代数学の発展ぶりをみるにつけても、現代人の認識のバックボーンを形作っているもっとも包括的な世界観は、まさに“数(学)的世界観”にほかならないように思われる。

数(学)的世界観の立場からする“存在”のもっとも一般的なイメージは、

- 1) それ自身が多数(さらには無限)の属性変項をもち
- 2) 各属性変項の変域の元も多数——さらには可付番無限(整数無限)もしくは連続無限(実数無限)等——であり
- 3) それ自身の固有名をもつと同時に、特個名から普遍名にいたる多段階(潜在的には無限?)の共通名(類名)構造の構成要素であって

- 4) 多数（さらには無数）の他の存在とリンクされている多数（さらには無数）の種類ネットワークのノードでありつつ
- 5) それ自身を部分とする全体やそれ自身を全体とする部分の多層的（さらには無限の）階層関係の連鎖のなかに包み込まれている

というものではないだろうか。そしてこのような個別存在やそれらの間の多種多様な関係を包み込んだ全体として創造された世界（システム界）が数（学）的世界に他ならないと考えられるのである。

いうまでもないことだが、この意味での数（学）的世界の全体像の詳細を明らかにすることは、一般認識学の範囲を超えている。一般認識学の課題は、システムの異なるさまざまな形式とそれら相互間の関係を明らかにするところにある。存在・論理システムの形式以外のその他のシステム形式は第二部以降で扱うことにして、この第一部の残りの部分では、第二部以降とのつながりを念頭におきながら、これまでに検討した存在・論理システムのなかの 1 つの特殊な形式としての [枠組み] に注目して、それがより進んだ認識にとってもっている豊かな含意を明らかにしてみよう。